

سلسلة تمارين الحساب المثلثي

التمرين رقم 01

حدد الأفصول المنحني الرئيسي لكل نقطة من النقاط التالية:

$A\left(\frac{25\pi}{6}\right)$	$B\left(\frac{504\pi}{3}\right)$	$C\left(\frac{-99\pi}{4}\right)$
$D\left(\frac{-277\pi}{6}\right)$	$E\left(\frac{-2013\pi}{4}\right)$	$F\left(\frac{301\pi}{11}\right)$

التمرين رقم 02

أحسب ما يلي:

$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$	$\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)$
$\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$	$\sin\left(\frac{-39\pi}{4}\right)$	$\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right)$
$\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{25\pi}{4}\right)$	$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$
$\cos\left(\frac{2005\pi}{3}\right)$	$\cos\left(\frac{65\pi}{4}\right)$	$\tan\left(\frac{-57\pi}{6}\right)$
$\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right)$	$\tan\left(\frac{2006\pi}{4}\right)$

التمرين رقم 03

علمنا أن $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

1. أحسب القيمة المضبوطة لـ $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

2. استنتج القيم المضبوطة للأعداد التالية:

$\sin\left(\frac{9\pi}{10}\right)$	$\sin\left(\frac{7\pi}{5}\right)$	$\sin\left(\frac{-2\pi}{5}\right)$
$\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$	$\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$	$\tan\left(\frac{-3\pi}{5}\right)$

التمرين رقم 04

بسط التعابير التالية:

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) - 2\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

$$B = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)$$

$$C = \tan\left(\frac{\pi}{5}\right) + \tan\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{5}\right) + \tan\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

$$D = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$

$$E = \sin\left(\frac{11\pi}{26}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{26}\right) + \cos\left(\frac{12\pi}{13}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{13}\right)$$

$$F = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)$$

$$G = \cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)$$

التمرين رقم 05

x عدد حقيقي

1. حدد $\tan(x)$ في حالة $3\sin x + 4\cos x = 5$

2. حدد $\tan(x)$ في حالة $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$

التمرين رقم 06

علمنا أن $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

1. حدد القيمة المضبوطة لـ $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$

2. استنتج $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ و $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$

التمرين رقم 07

بين أن لكل عدد حقيقي x

$$(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 \in \mathbb{N}$$

التمرين رقم 08

نضع $P(x) = (\sin x + \cos x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$

1. بين أن $P(x) = 4\cos x \cdot \sin x$

2. أحسب $P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ و $P\left(\frac{\pi}{4}\right)$ و $P\left(\frac{\pi}{6}\right)$

التمرين رقم 09

ليكن x عددا حقيقيا

1. عمل ثم بسط ما يلي:

$$A = \cos x - \cos^3 x$$

$$B = \sin^3 x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos^3 x$$

2. بين ما يلي:

$$\sin^2 x - \cos^2 x = 1 - 2\cos^2 x$$

التمرين رقم 14

في كل حالة من الحالات التالية حدد ما إذا كان x و y قياسين لنفس الزاوية الموجهة :

$$1. \quad y = \frac{-2\pi}{3} \text{ و } x = \frac{29\pi}{3}$$

$$2. \quad y = \frac{3\pi}{2} \text{ و } x = \frac{\pi}{2}$$

$$3. \quad y = \frac{-5\pi}{12} \text{ و } x = \frac{43\pi}{12}$$

$$4. \quad y = \frac{-21\pi}{4} \text{ و } x = \frac{5\pi}{3}$$

التمرين رقم 15

حل في \mathbb{R} ثم في المجال I المعادلات التالية:

$$I = [\pi, 5\pi] \quad \cos(2x) = \frac{1}{2}$$

$$I = [-2\pi, 2\pi] \quad \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

$$I = [-2\pi, \pi] \quad \cos(3x) = -\cos x$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin(x) \quad I = [4\pi, 6\pi]$$

$$\sin 3x = \cos 2x \quad I = \mathbb{R}$$

التمرين رقم 16

حل في \mathbb{R} المعادلتين التاليتين:

$$2\cos^2 x + 9\cos x + 4 = 0$$

$$4\sin^2 x - 2(1 + \sqrt{3})\sin x + \sqrt{3} = 0$$

التمرين رقم 17

حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\cos(3x) = -\frac{1}{2} \quad \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

التمرين رقم 18

حل في المجال I المتراجحات التالية:

$$1. \quad I = [-\pi, \pi] \text{ و } \cos(x) \leq \frac{1}{2}$$

$$2. \quad I = [-\pi, \pi] \text{ و } \sin x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3. \quad I = [-\pi, 3\pi] \text{ و } \cos(x) \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4. \quad I =]-\pi, \pi] \text{ و } \sin x < \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 x - \sin^2 x &= 1 - 2\sin^2 x \\ \sin^4 x - \cos^4 x &= \sin^2 x - \cos^2 x \\ \sin^6 x + \cos^6 x &= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x \end{aligned}$$

التمرين رقم 10

اكتب بدلالة $\sin x$ و $\cos x$ ما يلي:

$$A = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

$$B = \sin(x + 100\pi)$$

$$C = \cos\left(\frac{2012\pi}{2} + x\right)$$

$$D = \sin\left(\frac{2013\pi}{2} + x\right)$$

$$E = \sin(x - 78\pi)$$

$$F = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\sin\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) - 5\sin(\pi + x)$$

$$G = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2\cos(-x - \pi) + 5\sin(-x)$$

التمرين رقم 11

مثل على الدائرة المثلثية النقط التالية:

$$A\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad B\left(\frac{3\pi}{4}\right) \quad C\left(\frac{-5\pi}{6}\right)$$

$$D\left(\frac{7\pi}{6}\right) \quad E\left(\frac{-5\pi}{4}\right) \quad F\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$$

التمرين رقم 12

في كل حالة من الحالات التالية حدد قيمة $\cos x$:

$$\sin x = \frac{1}{4} \text{ و } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

$$\sin x = -0,6 \text{ و } x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$$

$$\sin x = -\frac{2}{3} \text{ و } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$$

التمرين رقم 13

من بين القياسات التالية حدد القياس الذي يوافق $-\frac{\pi}{12}$ على الدائرة المثلثية:

$$\frac{-49\pi}{12} \quad \frac{47\pi}{12} \quad \frac{-37\pi}{12} \quad \frac{-241\pi}{12} \quad \frac{11\pi}{12} \quad \frac{-313\pi}{12}$$