ملخص درس الأعداد العقدية الثانية بكالوريا. علوم تجريبية

الأستاذ: عزيز حاليب

- الشكل الجبري لعدد عقدي هو:

$\boxed{z=a+ib}$

- مرافق عدد عقدي هو:

$\boxed{\overline{z}=a-ib}$

$\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد العقدية
$\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية
$i\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد التخيلية الصرفة

$\boxed{z\times\overline{z}=a^2+b^2}$

♠ $z\in\mathbb{C}\to z=a+ib$
$a=\mathrm{Re}(z)$ و $b=\mathrm{Im}(z)$ و $i^2=-1$
♠ $z\in\mathbb{R}\to z=a$
♠ $z\in i\mathbb{R}\to z=ib$

معيار عدد عقدي $z=a+ib$ هو العدد $r=|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

✓ إذا كان $z=a$ فإن $|z|=a$ إذا كان a موجب و $|z|=-a$ إذا كان a سالب
✓ إذا كان $z=ib$ فإن $|z|=b$ إذا كان b موجب و $|z|=-b$ إذا كان b سالب

ليكن z و z' عددين عقديين، حيث z معياره $|z|$ و z' معياره $|z'|$.

$\boxed{|z'|=\sqrt{a'^2+b'^2}}$

- $z\times z'$ معياره $|z|\times|z'|=\sqrt{(a^2+b^2)(a'^2+b'^2)}$
- z^n معياره $|z|^n=\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^n$
- $\frac{z}{z'}$ معياره $\frac{|z|}{|z'|}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a'^2+b'^2}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a'^2+b'^2}}$
- $\frac{1}{z}$ معياره $\frac{1}{|z|}=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$

لتكن A و B و C ثلاث نقط ألحاقها على التوالي z_A و z_B و z_C

- لحق المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هو z_B-z_A ونكتب $\boxed{\overrightarrow{AB}(z_B-z_A)}$
- لحق النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ هو z_I حيث $\boxed{z_I=\frac{z_A+z_B}{2}}$
- تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا كان $\boxed{\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=k\in\mathbb{R}}$
- المسافة AB هي $\boxed{AB=|z_B-z_A|}$

الشكل المثلثي

الشكل المثلثي لعدد عقدي:

لتحديد الشكل المثلثي لعدد عقدي $z=a+ib$ نحسب أولا المعيار $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ ثم $\cos\theta=\frac{a}{|z|}$ و $\sin\theta=\frac{b}{|z|}$. ليكون الشكل المثلثي لهذا العدد العقدي هو:

$$\boxed{\begin{aligned}z&=|z|\left(\frac{a}{|z|}+i\frac{b}{|z|}\right)\\&=r(\cos\theta+i\sin\theta)=[r,\theta]\end{aligned}}$$

خاصيات الشكل المثلثي

ليكن z_1 و z_2 عددان عقديان بحيث $z_1=[r_1,\theta_1]$ و $z_2=[r_2,\theta_2]$

- $z_1.z_2=[r_1.r_2,\theta_1+\theta_2]$
- $\overline{z_1}=[r_1,-\theta_1]$
- $-z_1=[r_1,(\theta_1+\pi)]$
- $z_1{}^n=[r_1{}^n,n\theta_1]$
- $\frac{z_1}{z_2}=\left[\frac{r_1}{r_2},(\theta_1-\theta_2)\right]$
- $\frac{1}{z_1}=\left[\frac{1}{r_1},-\theta_1\right]$

← إذا كان $z=a$ فإن
- $z=[a,0],a>0$
- $z=[-a,\pi],a<0$

← إذا كان $z=ib$ فإن
- $z=\left[b,\frac{\pi}{2}\right],b>0$
- $z=\left[-b,-\frac{\pi}{2}\right],b<0$

θ عمدة العدد العقدي z ونكتب $\arg z\equiv\theta[2\pi]$

زاوية متجهتين

لتكن A و B و C و $D(z_D)$ أربع نقط ألحاقها على التوالي z_A و z_B و z_C و z_D.

$$\leftarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv \arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)[2\pi]$$

$$\leftarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\equiv \arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)[2\pi]$$

توازي مستقيمين

نقول أن (AB) و (CD) متوازيان إذا تحقق أحد الشرطين التاليين :

$$\leftarrow \arg\left(\frac{z_A-z_B}{z_C-z_D}\right)\equiv \pi[2\pi]$$

$$\leftarrow \arg\left(\frac{z_A-z_B}{z_C-z_D}\right)\equiv 0[2\pi]$$

$$(AB)//(CD)$$

تحديد طبيعة مثلث

$A(z_A)$ و $B(z_B)$ و $C(z_C)$ ثلاث نقط غير مستقيمية من المستوى.

ABC مثلث متساوي الأضلاع	$AB=AC=BC$ أو $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[1,\pm\frac{\pi}{3}\right]$
ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A	$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[1,\pm\frac{\pi}{2}\right]$
ABC قائم الزاوية في A	$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[r,\pm\frac{\pi}{2}\right]$ حيث $r\neq 1$
ABC متساوي الساقين في A	$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=[1,\theta]$ حيث $\theta\neq\pm\frac{\pi}{2}[2\pi]$

تعامد مستقيمين

نقول أن (AB) و (CD) متعامدان إذا تحقق الشرط التالي :

$$\leftarrow \arg\left(\frac{z_A-z_B}{z_C-z_D}\right)\equiv \mp\frac{\pi}{2}[2\pi] \qquad (AB)\perp(CD)$$

تحديد طبيعة رباعي

$A(z_A)$ و $B(z_B)$ و $C(z_C)$ و $D(z_D)$ أربع نقط من المستوى.

$ABCD$ متوازي أضلاع	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow z_B-z_A=z_C-z_D$ $\frac{z_A+z_C}{2}=\frac{z_B+z_D}{2}$
$ABCD$ مستطيل	$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\pm\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و $AC=BD$ $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
$ABCD$ مربع	$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$ ، $AB=AD$ ، $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
$ABCD$ معين	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ، $AB=AD$ $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

النقط المتداورة

$A(z_A)$ و $B(z_B)$ و $C(z_C)$ و $D(z_D)$ أربع نقط من المستوى.

النقط A و B و C و D نقط متداورة إذا كان :

$$\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)\times\left(\frac{z_B-z_C}{z_D-z_C}\right)\in\mathbb{R}$$

تساوي متجهتين

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow z_B-z_A=z_C-z_D$$

صيغة موافر:

$$\boxed{(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

صيغتا أولير:

$$\boxed{\cos(n\theta) = \frac{e^{in\theta} + e^{-in\theta}}{2}} \quad \boxed{\sin(n\theta) = \frac{e^{in\theta} - e^{-in\theta}}{2i}}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

الشكل الأسي لعدد عقدي

$$\boxed{z = a + ib = [r, \theta] = re^{i\theta}}$$

تحديد معيار وعمدة z_1 بمعرفة معيار وعمدة z حيث

$z_1^n = z$ حيث $n \in \mathbb{N}^*$

$$z_1^n = z \Leftrightarrow [r_1, \theta_1]^n = [r, \theta]$$

$$\begin{cases} r_1^n = r \\ n\theta_1 = \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \sqrt[n]{r} \\ \theta_1 = \dfrac{\theta}{n} \end{cases}$$

خاصيات الشكل الأسي

ليكن $z_1 = r_1.e^{i\theta_1}$ و $z_2 = r_2.e^{i\theta_2}$ عددان عقديان.

$\leftarrow$ $z_1.z_2 = r_1.r_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}$

$\leftarrow$ $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}.e^{i(\theta_1-\theta_2)}$

$\leftarrow$ $(z_1)^n = r_1^n.e^{in\theta_1}$

$\leftarrow$ $\dfrac{1}{z_1} = \dfrac{1}{r_1}.e^{-i\theta_1}$

$\leftarrow$ $\overline{z_1} = r_1.e^{-i\theta_1}$

$$e^{i2k\pi} = 1$$

$$e^{i(2k+1)\pi} = -1$$

$$e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)} = i$$

$$e^{-i\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)} = -i$$

قواعد تستعمل لتحديد الشكل المثلثي لعدد عقدي

$$\cos\alpha - i\sin\alpha = \cos(-\alpha) + i\sin(-\alpha)$$

$$-\cos\alpha + i\sin\alpha = \cos(\pi - \alpha) + i\sin(\pi - \alpha)$$

$$-\cos\alpha - i\sin\alpha = \cos(\pi + \alpha) + i\sin(\pi + \alpha)$$

$$\sin\alpha + i\cos\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

الشكل المثلثي والأسي لمجموع وفرق عددين عقديين لهما نفس المعيار

الشكل المثلثي و الشكل الأسي لمجموع عددين عقديين لهما نفس المعيار

$$z_1 + z_2 = e^{i\alpha} + e^{i\beta} = \cos\alpha + i\sin\alpha + \cos\beta + i\sin\beta$$

$$= (\cos\alpha + \cos\beta) + i(\sin\alpha + \sin\beta)$$

$$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) + i2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$= 2\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\left(\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right) = 2\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$$

الشكل المثلثي و الشكل الأسي لفرق عددين عقديين لهما نفس المعيار

$$z_1 - z_2 = e^{i\alpha} - e^{i\beta} = \cos\alpha + i\sin\alpha - \cos\beta - i\sin\beta$$

$$= (\cos\alpha - \cos\beta) + i(\sin\alpha - \sin\beta)$$

$$= -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) + i2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$= 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\left(-\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + i\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right)$$

$$= 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\left(i^2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + i\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right)$$

$$= 2i\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\left(\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right) = 2i\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$$

$z_1 + z_2 = 2\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$	$z_1 - z_2 = 2i\sin\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$

علاقات مثلثية تم استعمالها في $z_1 + z_2$

$$\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

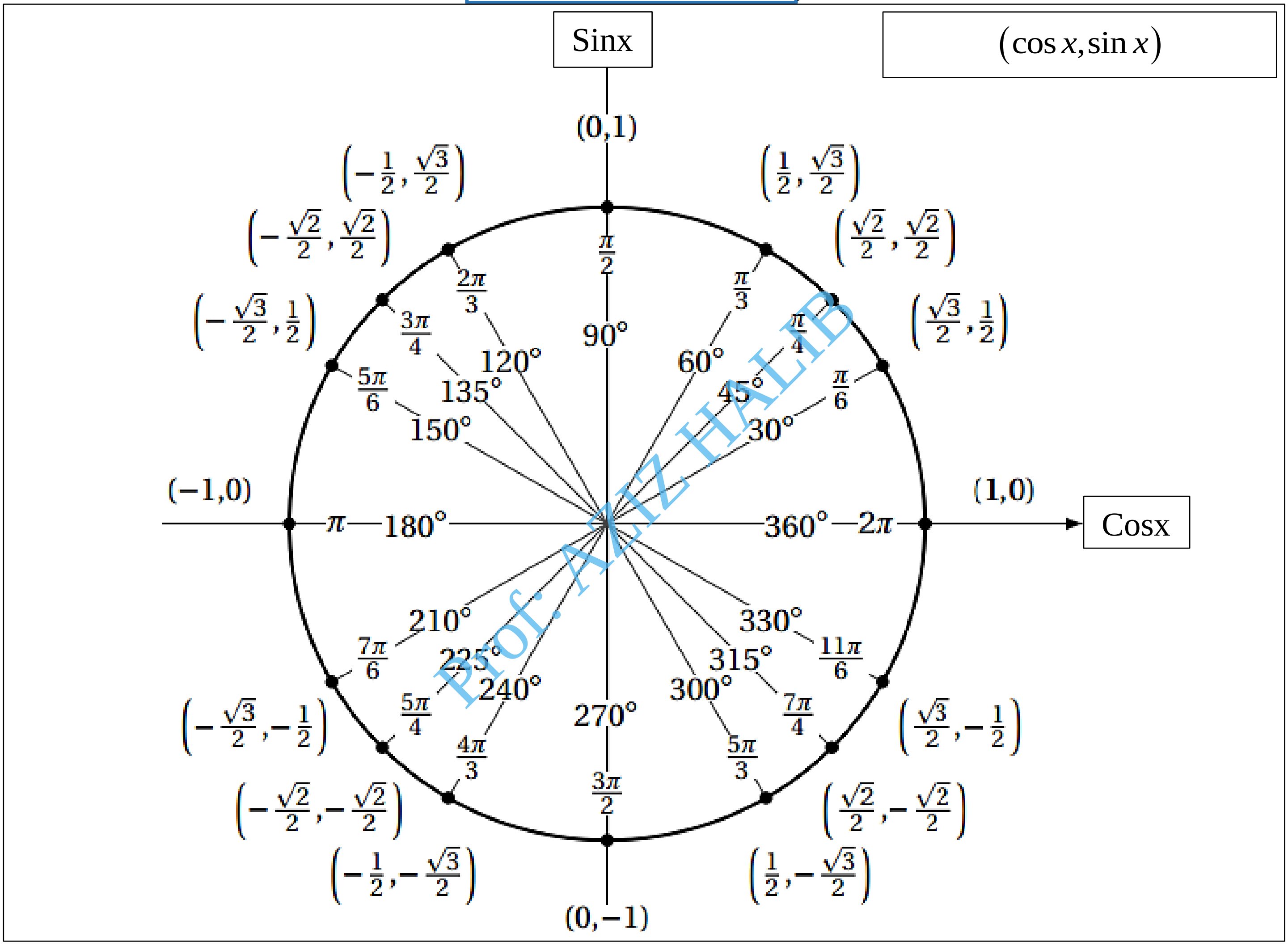
$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

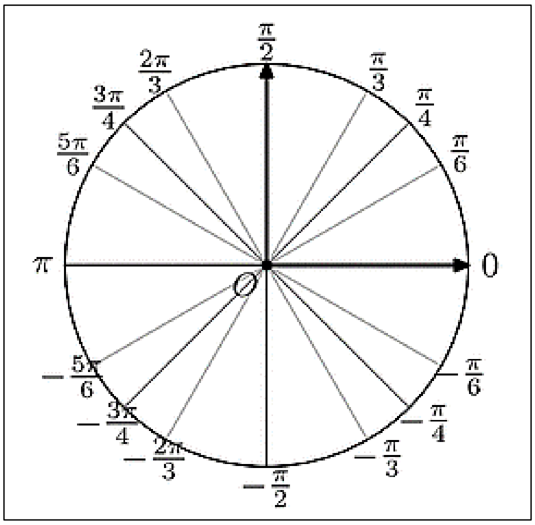
علاقات مثلثية تم استعمالها في $z_1 - z_2$

$$\sin a - \sin b = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right).\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

الدائرة المثلثية





ملاحظة

$\dfrac{11\pi}{6} - 2\pi = \dfrac{-\pi}{6}$	$\dfrac{7\pi}{4} - 2\pi = \dfrac{-\pi}{4}$	$\dfrac{5\pi}{4} - 2\pi = \dfrac{-3\pi}{4}$
$\dfrac{3\pi}{2} - 2\pi = \dfrac{-\pi}{2}$	$\dfrac{4\pi}{3} - 2\pi = \dfrac{-2\pi}{3}$	$\dfrac{5\pi}{4} - 2\pi = \dfrac{-3\pi}{4}$
$\dfrac{7\pi}{6} - 2\pi = \dfrac{-5\pi}{6}$		

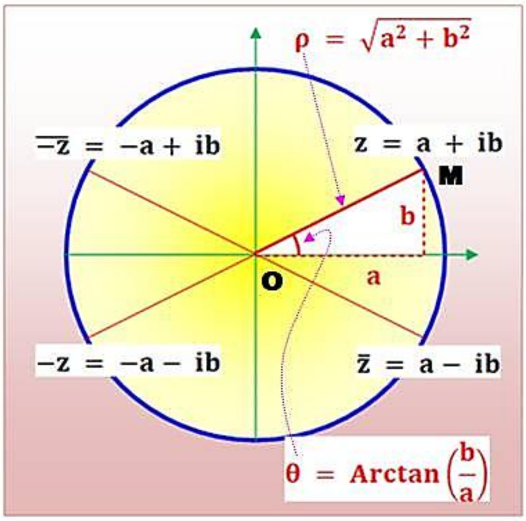
لا حظ أيضا:

$$\cos(\theta - 2\pi) = \cos\theta$$

$$\sin(\theta - 2\pi) = -\sin\theta$$

الأستاذ: حاليب

التمثيل الهندسي لعدد عقدي



لتكن $M(z)$ نقطة من المستوى العقدي.

حيث $z=a+ib$ هو لحق النقطة M

- معيار العدد العقدي $z=a+ib$ هو $\rho=\mathrm{r}=\sqrt{a^2+b^2}$
- عمدة العدد العقدي $z=a+ib$ هي $\boxed{\theta=Arc\tan\left(\dfrac{b}{a}\right)}$

ونكتب $\arg(z)\equiv\theta[2\pi]$

- $x=\mathrm{Re}\{z\}=a$ و $y=\mathrm{Im}\{z\}=b$

على الشكل المرفق جانبه هناك أيضا:

$\bar{z}=a-ib$

$-\bar{z}=-a+ib$

$-z=-a-ib$

معادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد في $\mathbb{C}$

1. المعادلة $z^2=a$ حيث $a\neq 0$

← حلول المعادلة هما $z_1=\sqrt{a}$ أو $z_2=-\sqrt{a}$ ، هذه الحلول في حالة $a>0$

← حلول المعادلة هما $z_1=i\sqrt{-a}$ أو $z_2=-i\sqrt{-a}$ ، هذه الحلول في حالة $a<0$

2. المعادلة $az^2+bz+c=0$ حيث $a\neq 0$

← $\Delta>0$: المعادلة تقبل حلين حقيقيين هما $z_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $z_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

← $\Delta=0$: المعادلة تقبل حل حقيقي مزدوج هو $z=\dfrac{-b}{2a}$

← $\Delta<0$: المعادلة تقبل حلين عقديين مختلفين هما $z_1=\dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ و $z_2=\dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

<u>نتيجة:</u>

ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة $az^2+bz+c=0$ في المجموعة $\mathbb{C}$

$\boxed{z_1+z_2=\dfrac{-b}{a}}$ $\boxed{az^2+bz+c=a(z-z_1)(z-z_2)}$ $\boxed{z_1\times z_2=\dfrac{c}{a}}$

تحويل $\cos(nx)$ و $\sin(nx)$ باستعمال صيغة موافر

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$ و n من $\mathbb{N}^*$.

حسب صيغة موافر $(\cos x+i\sin x)^n=\cos(nx)+i\sin(nx)$. من جهة أخرى ننشر $(\cos x+i\sin x)^n$

$\cos(nx)=\mathrm{Re}\left((\cos x+i\sin x)^n\right)$ و $\sin(nx)=\mathrm{Im}\left((\cos x+i\sin x)^n\right)$

<u>تطبيق:</u>

أكتب $\cos(3x)$ بدلالة $\cos(x)$ و $\sin(3x)$ بدلالة $\sin(x)$

لدينا

$$(\cos x+i\sin x)^3=\cos^3(x)+3\cos^2(x).i\sin(x)+3\cos x.(i\sin x)^2+(i\sin x)^2$$

$$=\cos^3(x)+3i\cos^2(x).\sin(x)-3\cos x.\sin^2(x)-i\sin^3(x)$$

$$=\left(\cos^3(x)-3\cos x.\sin^2(x)\right)+i\left(3\cos^2(x).\sin(x)-\sin^3(x)\right)$$

من جهة أخرى حسب صيغة موافر $(\cos x+i\sin x)^3=\cos(3x)+i\sin(3x)$

وبالتالي $\cos(3x)+i\sin(3x)=\left(\cos^3(x)-3\cos x.\sin^2(x)\right)+i\left(3\cos^2(x).\sin(x)-\sin^3(x)\right)$ يعني أن

$$\begin{cases}\cos(3x)=\cos^3(x)-3\cos x.\sin^2(x)=\cos^3(x)-3\cos(x)\left(1-\cos^2(x)\right)=4\cos^3(x)-3\cos(x)\\ \sin(3x)=3\cos^2(x).\sin(x)-\sin^3(x)=3\left(1-\sin^2(x)\right).\sin(x)-\sin^3(x)=3\sin(x)-4\sin^3(x)\end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases}\cos(3x)=4\cos^3(x)-3\cos(x)\\ \sin(3x)=3\sin(x)-4\sin^3(x)\end{cases}}$$

إخطاط $\cos^n x$ و $\sin^n x$ باستعمال صيغتا أولير

ليكن x عددا حقيقيا و n و m من $\mathbb{N}^*$

إخطاط $(\cos x)^n$ أو $(\sin x)^n$ أو $(\cos x)^m.(\sin x)^n$ يعني تحويلها إلى مجموع حدود من نوع $\beta\sin(kx)+\alpha\cos(kx)$

وذلك بنشر إحدى الكتابتين $\left(\dfrac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^n$ أو $\left(\dfrac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)^n$ ثم تطبيق الصيغتين $e^{ix}-e^{-ix}=2i\sin(kx)$

أو $e^{ix}+e^{-ix}=2\cos(kx)$ مع $k\in\mathbb{N}^*$

<u>تطبيق:</u> أخطط $\cos^3 x$ و $\sin^4 x$ و $(\sin x)^4$ و $(\sin x)^2.\cos x$

$$\cos^3 x=\left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)^3=\frac{1}{8}\left(e^{ix}+e^{-ix}\right)^3=\frac{1}{8}\left(e^{i3x}+3e^{i2x}e^{-ix}+3e^{ix}e^{-i2x}+e^{-i3x}\right)$$

$$=\frac{1}{8}\left[\left(e^{i3x}+e^{-i3x}\right)+3\left(e^{ix}+e^{-ix}\right)\right]=\frac{1}{8}\left(2\cos 3x+6\cos x\right)=\frac{1}{4}\cos 3x+\frac{3}{4}\cos x$$

$$\boxed{\cos^3 x=\frac{1}{4}\cos 3x+\frac{3}{4}\cos x}$$

$$\sin^4 x=\left(\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^4=\frac{1}{16}\left(e^{i4x}-4e^{i2x}+6-4e^{-i2x}+e^{-i4x}\right)$$

$$=\frac{1}{16}\left[\left(e^{i4x}+e^{-i4x}\right)-4\left(e^{i2x}+e^{-i2x}\right)+6\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left(2\cos 4x-8\cos 2x+6\right)=\frac{1}{8}\cos 4x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{3}{8}$$

$$\boxed{\sin^4 x=\frac{1}{8}\cos 4x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{3}{8}}$$

$$(\sin x)^2.\cos x=\left(\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^2\times\left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)=-\frac{\left(e^{i2x}-2+e^{-i2x}\right)}{4}\times\left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)$$

$$=-\left(\frac{e^{i3x}+e^{ix}-2e^{ix}-2e^{-ix}+e^{-ix}+e^{-i3x}}{8}\right)=-\left(\left(\frac{e^{i3x}+e^{-i3x}}{8}\right)-\left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{8}\right)\right)$$

$$=-\frac{2\cos 3x}{8}+\frac{2\cos x}{8}=-\frac{1}{4}\cos 3x+\frac{1}{4}\cos x\rightarrow\boxed{(\sin x)^2.\cos x=-\frac{1}{4}\cos 3x+\frac{1}{4}\cos x}$$

التحويلات في المستوى

الإزاحة

لتكن $M(z)$ نقطة من المستوى العقدي و $M'(z')$ صورة M بالإزاحة t ذات المتجهة $\vec{u}(b)$.

$$t(\mathrm{M})=\mathrm{M}' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{u} \Leftrightarrow z'-z=b \Leftrightarrow \boxed{z'=z+b}$$

الكتابة العقدية للإزاحة t ذات المتجهة $\vec{u}(b)$

ملاحظة:

الإزاحة t تحول $\mathrm{A}(z_A)$ إلى $B(z_B)$ يعني أن متجهة الإزاحة هي $\overrightarrow{AB}(z_B-z_A)$

التحاكي

لتكن $M(z)$ نقطة من المستوى العقدي و $M'(z')$ صورتها بالتحاكي h الذي مركزه $\Omega(z_\Omega)$ ونسبته $k\neq 0$.

$$h(\mathrm{M})=\mathrm{M}' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M} \Leftrightarrow z'-z_\Omega=k\left(z-z_\Omega\right)$$

$$\boxed{z'=z_\Omega+k\left(z-z_\Omega\right)}$$

الكتابة العقدية للتحاكي h الذي مركزه $\Omega(z_\Omega)$ ونسبته $k\neq 0$

الدوران

ليكن θ عددا حقيقيا.

لتكن $M(z)$ نقطة من المستوى العقدي و $M'(z')$ صورتها بالدوران R الذي مركزه $\Omega(\omega)$ وزاويته θ.

$$R(\mathrm{M})=\mathrm{M}' \Leftrightarrow z'-\omega=\left(z-\omega\right)e^{i\theta} \Leftrightarrow \boxed{z'=\omega+\left(z-\omega\right)e^{i\theta}}$$

حيث $\boxed{e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta}$

ملاحظة:

إذا كان مركز الدوران هو أصل المعلم O فإن $\omega=0$ وبالتالي:

$\boxed{z'=ze^{i\theta}=z\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)}$ هو التمثيل العقدي للدوران في هذه الحالة.

للتواصل معنا أو إبداء ملاحظاتكم أو الإبلاغ عن خطأ ما في الملخص نتج عن سهو منا. يرجى ترك رسالة في أحد البريدين الإلكترونيين:

Star.maths.physique@gmail.com

Profhalib2015@gmail.com

دروس الدعم في الرياضيات والفيزياء

الأستاذ: عزيز حاليب