تمارين درس المتتاليات العددية

التمرين الأول

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases}U_0=-1\\ U_{n+1}=\dfrac{9}{6-U_n}\end{cases}$$

ونضع $V_n=\dfrac{1}{-3+U_n};n\in\mathbb{N}$

1. بين أن $U_n<3$
2. أدرس رتابة المتتالية (U_n)
3. بين أن (V_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول
4. أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

التمرين الثاني

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$U_{n+1}=\frac{3U_n+2}{4},U_0=1$$

ونضع $V_n=-2+U_n;n\in\mathbb{N}$

1. بين أن (V_n) هندسية وحدد أساسها وحدها الأول
2. أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

التمرين الثالث

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases}U_0=2\\ U_{n+1}=5-\dfrac{4}{U_n}\end{cases}$$

1. بين أن $1<U_n<4$ لكل $n\in\mathbb{N}$
2. تحقق أن $U_{n+1}-U_n=\dfrac{(1-U_n)(U_n-4)}{U_n}$
3. أدرس رتابة (U_n) ثم استنتج أن $U_n\geq 2$
4. تحقق أن $\dfrac{4-U_{n+1}}{4-U_n}=\dfrac{1}{U_n}$ لكل $n\in\mathbb{N}$
5. استنتج أن $\dfrac{4-U_{n+1}}{4-U_n}<\dfrac{1}{2}$
6. بين أن $4-U_n<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

التمرين الرابع

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$U_{n+1}=\frac{U_n}{1+U_n},U_0=1$$

ونضع $V_n=\dfrac{1}{U_n};n\in\mathbb{N}$

1. أحسب U_1 و V_1
2. بين أن (V_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول
3. أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

التمرين الخامس

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$U_{n+1}=\frac{U_n^{\,2}+4}{2U_n},U_0=3$$

1. بين أن $U_n>2$
2. بين أن (U_n) تناقصية واستنتج أنها محدودة

التمرين السادس

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$U_{n+1}=\sqrt{\frac{1}{2}U_n^{\,2}+1},U_0=1$$

1. بين أن $0<U_n<\sqrt{2}$ لكل $n\in\mathbb{N}$
2. بين أن (U_n) متتالية رتيبة
3. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة بما يلي:

$$\forall n\in\mathbb{N}:V_n=U_n^{\,2}-2$$

a) بين أن (V_n) هندسية ثم حدد أساسها وحده الأول

b) عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

////////

موقع النجاح في الفيزياء والرياضيات

****

التمرين السابع

$(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة بما يلي:

$$U_{n+1}=\frac{2U_n}{3+\sqrt{U_n}},U_0=1$$

1. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_n>0$
2. أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$
3. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_{n+1}<\frac{2}{3}U_n$
4. استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_n<\left(\frac{2}{3}\right)^n$

التمرين الثامن

(U_n) متتالية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases}U_0=0\\ U_{n+1}=3^n+2U_n\end{cases}(\forall n\in\mathbb{N})$$

ونضع $V_n=3^n-U_n;(\forall n\in\mathbb{N})$

1. بين أن المتتالية (V_n) هندسية محددا أساسها وحدها الأول
2. أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

التمرين التاسع

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي:

$$\forall n\in\mathbb{N}:U_{n+1}=\frac{U_n}{n+2},U_0=\frac{1}{2}$$

1. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_n>0$
2. حدد رتابة المتتالية (U_n)
3. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_{n+1}\leq\frac{1}{2}U_n$
4. استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

التمرين العاشر

(U_n) و (V_n) متتاليتان حيث :

$$\forall n\in\mathbb{N}:U_{n+1}=\frac{1}{3}\left(U_n+n^2\right),U_0=2$$

$$\forall n\geq 0:V_n=U_n-\frac{1}{2}\left(n^2-3n+3\right)$$

1. بين أن المتتالية (V_n) هندسية محددا أساسها

2- أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

التمرين الحادي عشر

(U_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث $U_0=5$ و $U_{100}=-45$

1. حدد r أساس المتتالية
2. أحسب U_{2015} و U_{2016}
3. أحسب $S=U_0+U_2+U_3+....+U_{2015}$

التمرين الثاني عشر

لتكن (U_n) متتالية هندسية أساسها $q>0$ بحيث $U_5=486$ و $U_7=4374$.

1. حدد q أساس المتتالية (U_n)
2. أحسب U_0 و U_{10}
3. أكتب U_n بدلالة n
4. أحسب $S=U_0+U_2+U_3+....+U_{2009}$

التمرين الثالث عشر

لتكن (U_n) متتالية هندسية أساسها q بحيث $U_0=5$ و $U_3=40$.

1. تحقق أن $q=2$
2. أكتب U_n بدلالة n ثم أحسب U_4
3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $U_n=160$

التمرين الرابع عشر

1. (U_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $U_0=1$
   a) أكتب U_n بدلالة n ثم أحسب U_{50}
   b) أحسب $S=U_1+U_2+U_3+....+U_{50}$
2. (U_n) متتالية حسابية أساسها $r=-2$ وحدها الأول $U_0=4$
   a) أكتب بدلالة n ثم أحسب U_{23}
   b) أحسب $S=U_3+U_4+U_5+....+U_{23}$

التمرين الخامس عشر

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases}U_0=0\\ U_{n+1}=\dfrac{1+2U_n}{5-2U_n}\end{cases}(\forall n\in\mathbb{N})$$

1. تحقق أن :

$$(\forall n\in\mathbb{N}):1-2U_{n+1}=\frac{3(1-2U_n)}{4+(1-2U_n)}$$

2. بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N}):U_n<\frac{1}{2}$
3. بين أن :

$$(\forall n\in\mathbb{N}):U_{n+1}-U_n=\frac{(1-U_n)(1-2U_n)}{4+(1-2U_n)}$$

4. بين أن المتتالية (U_n) تزايدية
5. نضع لكل $n\in\mathbb{N}$: $V_n=\frac{2U_n-1}{U_n-1}$

a) بين أن (V_n) هندسية أساسها $q=\frac{3}{4}$ وحدها الأول $V_0=1$

b) عبر عن V_n بدلالة n

c) بين ان $U_n=\frac{2^{2n}-3^n}{2^{2n+1}-3^n}$

التمرين السادس عشر

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_{n+1}=\dfrac{U_n}{\sqrt{1+U_n^{\,2}}} \\ U_0=\sqrt{2} \end{cases}$$

1. بين بالترجع أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_n>0$
2. بين أن (U_n) متتالية تناقصية
3. نعتبر المتتالية (V_n) بحيث $V_n=\frac{2}{U_n^{\,2}}$

a) بين أن (V_n) حسابية محددا أساسها وحدها الأول

b) أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

التمرين السابع عشر

لتكن $(U_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} 3U_{n+1}=2U_n+n+3 \\ U_0=1 \end{cases}(n\in\mathbb{N})$$

ونعتبر المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي:

$$V_n=U_n-n$$

1. بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسية محددا أساسها وحدها الاول
2. أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n
3. أحسب المجموعين التاليين:

$$S_1=1+2+3+4+\ldots+98+99$$

$$S_2=1+\left(\frac{2}{3}\right)^1+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\ldots+\left(\frac{2}{3}\right)^{99}$$

4. استنتج أن:

$$U_0+U_1+U_2+\ldots+U_{99}=4953-3\left(\frac{2}{3}\right)^{100}$$

التمرين السابع عشر

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_{n+1}=\dfrac{U_n^{\,2}+U_n}{U_n^{\,2}+1} \\ U_0=\dfrac{3}{2} \end{cases}(n\in\mathbb{N})$$

1. بين ان $\forall n\in\mathbb{N}:U_n>1$
2. أدرس رتابة المتتالية (U_n)
3. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_{n+1}-1\leq\frac{1}{2}(U_n-1)$
4. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:U_n-1\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

التمرين الثامن عشر

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_{n+1}=\sqrt{8+\dfrac{U_n^{\,2}}{3}} \\ U_0=0 \end{cases}(n\in\mathbb{N})$$

1. بين ان $\forall n\in\mathbb{N}:0\leq U_n\leq 2\sqrt{3}$
2. بين أن (U_n) تزايدية
3. لتكن المتتالية (V_n) بحيث $V_n=12-U_n^{\,2}$

a) بين أن (V_n) هندسية محددا مميزاتها

b) أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

c) أحسب بدلالة n المجموع التالي:

$$S_n=U_0^{\,2}+U_1^{\,2}+U_2^{\,2}+\ldots+U_{n-1}^{\,2}$$