Ordre dans l'ensemble $\mathbb{R}$

1. $2<|x|<3$

Cas1 : si x positif on a $2<x<3$ donc $x\in]2,3[$

Cas2 : si x négatif on a $2<-x<3$ donc

$-3<x<-2$ et par suite $x\in]-3,-2[$

Alors la solution de l'inéquation sera :

$$\boxed{S=]-3,-2[\cup]2,3[}$$

2. $|2x+1|\le 4$

$|2x+1|\le 4\to -4\le 2x+1\le 4$

$-4-1\le 2x\le 4-1\to -5\le 2x\le 3$

Donc $\frac{-5}{2}\le x\le \frac{3}{2}\to x\in\left[\frac{-5}{2},\frac{3}{2}\right]$

Alors la solution de l'inéquation sera :

$$\boxed{S=\left[\frac{-5}{2},\frac{3}{2}\right]}$$

3. $\left|\frac{-3}{2}x+1\right|<2$

$\left|\frac{-3}{2}x+1\right|<2\to -2<\frac{-3}{2}x+1<2$

$-2-1<\frac{-3}{2}x<2-1\to -3<\frac{-3}{2}x<1$

$-3<\frac{-3}{2}x<1\to -1<\frac{3}{2}x<3$

$-1<\frac{3}{2}x<3\to \frac{-2}{3}<x<2\to x\in\left]\frac{-2}{3},2\right[$

Alors la solution de l'inéquation sera :

$$\boxed{S=\left]\frac{-2}{3},2\right[}$$

4. $|2-3x|>5$

$$|2-3x|>5\to\begin{cases}2-3x>5\\2-3x<-5\end{cases}\to\begin{cases}-3x>3\\-3x<-7\end{cases}$$

$$\begin{cases}-3x>3\\-3x<-7\end{cases}\to\begin{cases}x<-1\\x>\frac{7}{3}\end{cases}\to\begin{cases}x\in]-\infty,-1[\\x\in\left]\frac{7}{3},+\infty\right[\end{cases}$$

Alors la solution de l'inéquation sera :

$$\boxed{S=]-\infty,-1[\cup\left]\frac{7}{3},+\infty\right[}$$

5. $|-x+2|\ge 3$

$$|-x+2|\ge 3\to\begin{cases}-x+2\ge 3\\-x+2\le -3\end{cases}\to\begin{cases}-x\ge 1\\-x\le -5\end{cases}$$

$$\begin{cases}-x\ge 1\\-x\le -5\end{cases}\to\begin{cases}x\le -1\\x\ge 5\end{cases}\to\begin{cases}x\in]-\infty,-1]\\x\in[5,+\infty[\end{cases}$$

Alors la solution de l'inéquation sera :

$$\boxed{S=]-\infty,-1]\cup[5,+\infty[}$$

6. x un réel tel que $|x-2|<\frac{1}{4}$

Montrer que $|x^2-4|<\frac{9}{8}$

On a $|x-2|<\frac{1}{4}$ donc $-\frac{1}{4}<x-2<\frac{1}{4}$

Alors $-\frac{1}{4}+2<x<\frac{1}{4}+2\to \boxed{\frac{7}{4}<x<\frac{9}{4}}$

Et par suite

$$\frac{49}{16}<x^2<\frac{81}{16}\to\frac{49}{16}-4<x^2-4<\frac{81}{16}-4$$

$$\frac{-15}{16}<x^2-4<\frac{17}{16}$$

D'autre part on a : $\frac{-18}{16}<\frac{-15}{16}$ et $\frac{17}{16}<\frac{18}{16}$ donc :

$$\frac{-18}{16}<\frac{-15}{16}<x^2-4<\frac{17}{16}<\frac{18}{16}$$

D'où : $\frac{-18}{16}<x^2-4<\frac{18}{16}\to\frac{-9}{8}<x^2-4<\frac{9}{8}$

Ça veut dire que : $|x^2-4|<\frac{9}{8}$

7. Résoudre l'équation suivante :

$$|2x-3|=|-3x+4|$$

$$|2x-3|=|-3x+4|\to\begin{cases}2x-3=-3x+4\\2x-3=3x-4\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x-3=-3x+4\\2x-3=3x-4\end{cases}\to\begin{cases}5x=7\\-x=-1\end{cases}\to\begin{cases}x=\frac{7}{5}\\x=1\end{cases}$$

$$S=\left\{\frac{7}{5},1\right\}$$

8. Résoudre l'équation suivante :

$$|x-2|-3|x+1|=5$$

$$x-2=0\to x=2$$

$$x+1=0\to x=-1$$

Tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\lvert x+1\rvert$		$-x-1$		$x+1$		$x+1$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\lvert x-2\rvert$		$2-x$		$2-x$		$x-2$	

<u>**Cas1 :**</u> $x\in\left]-\infty,-1\right]$

$|x-2|-3|x+1|=5\rightarrow 2-x-3(-x-1)=5$

Donc $2-x+3x+3=5\rightarrow 2x=0\rightarrow \boxed{x=0}$

Et $0\notin\left]-\infty,-1\right]$

<u>**Cas2 :**</u> $x\in[-1,2]$

$|x-2|-3|x+1|=5\rightarrow 2-x-3(x+1)=5$

Donc $2-x-3x-3=5\rightarrow -4x=6\rightarrow \boxed{x=-\frac{3}{2}}$

Et $-\frac{3}{2}\notin[-1,2]$

<u>**Cas3 :**</u> $x\in\left[2,+\infty\right[$

$|x-2|-3|x+1|=5\rightarrow x-2-3(x+1)=5$

$x-2-3x-3=5\rightarrow -2x-5=5\rightarrow \boxed{x=-5}$

Et $-5\notin\left[2,+\infty\right[$

$S=\phi$ Ensemble vide

C'est-à-dire l'équation n'admet pas de solutions

9. On prend $-3\leq x\leq 5$ encadrer x^2

<u>**Cas1 :**</u> $0\leq x\leq 5$

$0\leq x\leq 5\rightarrow \boxed{0\leq x^2\leq 25}(1)$

<u>**Cas2 :**</u> $-3\leq x\leq 0$

$-3\leq x\leq 0\rightarrow \boxed{0\leq x^2\leq 9}(2)$

Donc à partir de (1) et (2) on déduit que :

$\boxed{0\leq x^2\leq 25}$

10. On prend $-3\leq x\leq -2$ encadrer x^2

$-3\leq x\leq -2\rightarrow 2\leq -x\leq 3\rightarrow \boxed{4\leq x^2\leq 9}$

11. On prend $-2\leq x\leq 4$ et $1\leq y\leq 3$ encadrer dans ce cas xy

<u>**Cas1 :**</u> $0\leq x\leq 4$ et $1\leq y\leq 3$

$\boxed{0\leq xy\leq 12}(1)$

<u>**Cas2 :**</u> $-2\leq x\leq 0$ et $1\leq y\leq 3$

$0\leq -x\leq 2$ et $1\leq y\leq 3$ donc $0\leq -xy\leq 6$

C'est-à-dire $\boxed{-6\leq xy\leq 0}(2)$

Donc à partir de (1) et (2) on déduit que :

$\boxed{-6\leq xy\leq 12}$

12. Simplifier $\sqrt{(4-x)^2}$ et $\sqrt{(-8+2x)^2}$

On donne $x\in[-1,2]$

$x\in[-1,2]\rightarrow -1\leq x\leq 2$

a. $-2\leq -x\leq 1\rightarrow 2\leq 4-x\leq 5$

Donc

$\sqrt{(4-x)^2}=|4-x|=4-x$

b. $-1\leq x\leq 2\rightarrow -2\leq 2x\leq 4\rightarrow -10\leq 2x-8\leq -4$

Donc $\sqrt{(-8+2x)^2}=|-8+2x|=8-2x$

13. $\frac{1}{4}<\frac{5}{7x-1}<\frac{1}{2}$ et $6y-1<-5<7y+9$

Montrer que $\frac{11}{7}<x<3$ et $-2<y<-\frac{2}{3}$

- Montrons que $\frac{11}{7}<x<3$

$\frac{1}{4}<\frac{5}{7x-1}<\frac{1}{2}\rightarrow 2<\frac{7x-1}{5}<4$

$\rightarrow 10<7x-1<20$

$11<7x<21\rightarrow \frac{11}{7}<x<3$

- Montrons que $-2<y<-\frac{2}{3}$

$6y-1<-5<7y+9\rightarrow \begin{cases}6y-1<-5\\7y+9>-5\end{cases}$

$\begin{cases}6y-1<-5\\7y+9>-5\end{cases}\rightarrow \begin{cases}6y<-4\\7y>-14\end{cases}\rightarrow \begin{cases}y<\frac{-4}{6}\\y>-2\end{cases}$

$\begin{cases}y<\frac{-4}{6}\\y>-2\end{cases}\rightarrow \begin{cases}y<\frac{-2}{3}\\y>-2\end{cases}\rightarrow \boxed{-2<y<\frac{-2}{3}}$

14. On pose $\left|\frac{3a-11}{a-2}\right|<2$ montrer que $3<a<7$

$\left|\frac{3a-11}{a-2}\right|<2\rightarrow -2<\frac{3a-11}{a-2}<2$

$-2<\frac{(3a-6)-5}{a-2}<2\rightarrow -2<\frac{3(a-2)-5}{a-2}<2$

$-2<3-\frac{5}{a-2}<2\rightarrow -5<-\frac{5}{a-2}<-1$

$-5<-\frac{5}{a-2}<-1\rightarrow 1<\frac{5}{a-2}<5$

$$\frac{1}{5}<\frac{a-2}{5}<1\to\frac{5}{5}<a-2<5$$

$$\to 1+2<a<5+2\to\boxed{3<a<7}$$

15. On pose $\left|\frac{2b-3}{b+1}-5\right|<2$ monter que $-6<b<-2$

On a $\left|\frac{2b-3}{b+1}-5\right|<2$ donc $-2<\frac{2b-3}{b+1}-5<2$

$$3<\frac{2b-3}{b+1}<7\to 3<\frac{2b+2-5}{b+1}<7$$

$$3<\frac{2(b+1)-5}{b+1}<7\to 3<2-\frac{5}{b+1}<7$$

$$3-2<-\frac{5}{b+1}<7-2\to 1<-\frac{5}{b+1}<5$$

$$-5<\frac{5}{b+1}<-1\to -1<\frac{b+1}{5}<-\frac{1}{5}$$

$$-5<b+1<-1\to\boxed{-6<b<-2}$$

16. a et b deux nombres réels tels que :

$$a\ge\frac{1}{2}\text{ et } b\le 1 \text{ et } a-b=3$$

a) Donner la valeur de $A=\sqrt{(2a-1)^2}+\sqrt{(2a-2)^2}$

b) Montrer que $\frac{1}{2}\le a\le 4$ et $\frac{-5}{2}\le b\le 1$

c) En déduire la valeur de : $B=|a+b-5|+|a+b+2|$

Correction

a) On a $a\ge\frac{1}{2}$ donc $2a\ge 1\to 2a-1\ge 0$

$$\frac{-5}{2}\le b\le 1\to -5\le 2b\le 2\to -7\le 2b-2\le 0$$

Et par suite $(2a-1)$ positif et $(2b-2)$ négatif.

$$A=\sqrt{(2a-1)^2}+\sqrt{(2a-2)^2}$$

$$=|2a-1|+|2a-2|=(2a-1)-(2a-2)$$

$$=2a-1-2a+2=1\to\boxed{A=1}$$

b) D'après les données $\boxed{a\ge\frac{1}{2}}(1)$ et on a $a-b=3$

donc $a=3+b$. Et

$$b\le 1\to b+3\le 4\to\boxed{a\le 4}(2)$$

De (1) et (2) on déduit que $\frac{1}{2}\le a\le 4$

- D'après les données $\boxed{b\le 1}(1)$ et on a $a-b=3$ donc $b=a-3$.

$$a\ge\frac{1}{2}\to a-3\ge\frac{1}{2}-3\to a-3\ge\frac{-5}{2}$$

$$\to\boxed{b\ge\frac{-5}{2}}(2)$$

De (1) et (2) on déduit que $\frac{-5}{2}\le b\le 1$

c) $\frac{1}{2}\le a\le 4$ et $\frac{-5}{2}\le b\le 1$ donc

$$\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\le a+b\le 4+1\to -2\le a+b\le 5$$

$$-2-5\le a+b-5\le 0\to -7\le a+b-5\le 0$$

$(a+b-5)$ Est donc négatif

- On a $-2\le a+b\le 5$ donc

$$-2+2\le a+b+2\le 5+2$$

$$\to 0\le a+b+2\le 7$$

Alors $(a+b+2)$ est positif.

$$B=|a+b-5|+|a+b+2|$$

$$=-(a+b-5)+(a+b+2)$$

$$=-a-b+5+a+b+2=7$$

$$\boxed{B=7}$$

Exercices à faire

Exercice1

On pose $x\in\left]\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right[$

1. Montrer que $\left|x-\frac{1}{2}\right|<\frac{1}{6}$
2. Montrer que $-\frac{7}{9}<-x^2+x-1<-\frac{3}{4}$

Exercice2

a et b deux réels tels que $|a|\le 1$ et $|b|\le 1$

1. Vérifier que : $(a^2-1)(b^2-1)=a^2b^2-a^2-b^2+1$
2. Comparer les deux nombres suivants : $a=|1+ab|$ et $b=|a+b|$

Contactez-nous sur :
Profhalib2015@gmail.com