التمرين الأول

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x+\sqrt{x^2+x}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$ وأول هندسيا النتيجة.
3. أدرس قابلية اشتقاق f في -2 على اليسار وفي 0 على اليمين وأول هندسيا النتيجتين.
4. بين أن $f'(x)=\dfrac{x+1+\sqrt{x^2+2x}}{\sqrt{x^2+2x}}$ لكل $x\in]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$
5. بين أن f تزايدية قطعا على $[0,+\infty[$ وتناقصية قطعا على المجال $]-\infty,-2]$
6. بين أن $(\Delta):y=2x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
7. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم
8. ليكن g قصور الدالة f على المجال $[0,+\infty[$
   a) بين أن g تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال J ينبغي تحديده
   b) حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$
   c) أنشئ في نفس المعلم (C_g^{-1})

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=2x-\frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم.

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة فردية. نأخذ $I=]0,+\infty[$ كمجال للدراسة.
3. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to0^+} f(x)$
4. بين أن $f(x)-(2x-1)=\dfrac{-3}{x(x+\sqrt{x^2+3})}$ لكل $x\in I$ واستنتج ان $(\Delta):y=2x-1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$
5. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) على I
6. بين أن $f'(x)=2+\dfrac{3}{x^2\sqrt{x^2+3}}$ لكل $x\in I$
7. ضع جدول تغيرات الدالة f على I
8. حدد نقطة تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل على المجال I ثم اعط معادلة المماس للمنحنى في هذه النقطة.
9. انشئ (C_f) على D_f
10. ليكن g قصور f على المجال $I=]0,+\infty[$
    a) بين أن g تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده.
    b) أنشئ في نفس المعلم (C_g^{-1})

التمرين الثالث

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x+1}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب نهايات f عند محدات D_f
3. حدد الفرعين اللانهائيين ل (C_f)
4. بين أن $f'(x)=x(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ لكل $x\in D_f$
5. ضع جدول تغيرات الدالة f
6. أحسب $f''(x)$ لكل $x\in D_f$ ثم بين أن النقطة $A\left(1,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ نقطة انعطاف (C_f)
7. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم
8. ليكن g قصور f على المجال $I=\left]-\dfrac{1}{2},0\right]$
   a) بين أن g تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده
   b) حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$

التمرين الرابع

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=(x+1)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

1. تحقق أن $D_f=]-\infty,-1]\cup]1,+\infty[$
2. أحسب نهايات f عند محدات D_f
3. أدرس قابلية اشتقاق f على يسار -1 وأول هندسيا النتيجة
4. بين أن $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$ $x\in D_f-\{-1\}$
5. أعط جدول تغيرات الدالة f
6. بين ان $(D):y=x+2$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ وبجوار $-\infty$
7. انشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم

التمرين الخامس

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)^2$$

1. تحقق ان $D_f=\mathbb{R}$
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$
3. بين أن $f'(x)=\frac{-2f(x)}{\sqrt{1+x^2}}$ لكل $x\in\mathbb{R}$
4. أثبت أن $f'(x)\neq 0$ لكل $x\in\mathbb{R}$ وضع جدول تغيرات f
5. بين أن $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم استنتج الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $-\infty$
6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$.
7. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم
8. بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J ينبغي تحديده
9. أحسب $\left(f^{-1}\right)'(1)$
10. أحسب $f^{-1}(x)$ لكل $x\in J$

التمرين السادس

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي:

$$f(x)=x-2+\sqrt[3]{x^2+1}$$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$
2. أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f)
3. بين ان $f'(x)=\frac{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}+2x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$ لكل $x\geq 0$
4. ضع جدول تغيرات الدالة f
5. بين أن f تقابل من $[0,+\infty[$ نحو مجال J ينبغي تحديده
6. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$
7. حدد نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $y=x$
8. أنشئ (C_f) و (C_f^{-1}) في نفس المعلم.

التمرين السابع

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x-1+2\sqrt{1-x};x<1 \\ f(x)=\frac{x^3-1}{x^3+3};x\geq 1\end{cases}$$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ وبين أن $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$
2. أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين وعلى اليسار في 1 وأول هندسيا النتيجتين.
3. بين أن f تزايدية قطعا على $[1,+\infty[$
4. بين أن $f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{1-x}\left(1+\sqrt{1-x}\right)}$ لكل $x<1$
5. اعط جدول تغيرات الدالة f
6. أدرس الفرعين اللانهائيين ل (C_f)
7. انشئ (C_f) نعطي $f(-3)=0$
8. ليكن g قصور f على المجال $I=[1,+\infty[$

a) بين ان g تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده
b) حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$
c) ضع جدول تغيرات الدالة g^{-1}

التمرين الثامن

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=-x+\dfrac{2}{x};x\in]-\infty,0[\cup]0,1[\\ f(x)=\dfrac{1+x}{2\sqrt{x}};x\in[1,+\infty[\end{cases}$$

1. بين أن f متصلة في $x_0=1$
2. بين أن f قابلة للاشتقاق على يسار $x_0=1$ وأول هندسيا النتيجة
3. بين أن f قابلة للاشتقاق على يمين $x_0=1$ وأول هندسيا النتيجة
4. هل الدالة f قابلة للاشتقاق في $x_0=1$؟
5. بين أن $f'(x)<0$ لكل $x\in]-\infty,0[\cup]0,1[$
6. بين أن $f'(x)=\dfrac{x-1}{4\sqrt{x}}$ لكل $x\in]1,+\infty[$
7. أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$
8. أدرس الفروع اللانهائية (C_f) منحنى f
9. انشئ (C_f)

التمرين التاسع

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{1}{x^2+x}-\sqrt{x^2+x}$$

1. بين أن $D_f=]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$
2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$
3. بين أن المستقيم $(D):x=-\dfrac{1}{2}$ هو محور تماثل للمنحنى (C_f)
4. بين أن لكل $x\in]0,+\infty[$:

$$f'(x)=-(2x+1)\left(\frac{1}{(x^2+x)^2}+\frac{1}{2\sqrt{x^2+x}}\right)$$

5. ضع جدول تغيرات f على $]0,+\infty[$

7. حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$
8. أنشئ (C_f)

التمرين العاشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x-4+2\sqrt{4-x}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار $x_0=4$ ثم اول مبيانيا النتيجة.
4. بين ان $f'(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}-1}{\sqrt{4-x}}$ لكل $x\in]-\infty,4[$
5. أدرس إشارة $f'(x)$ وضع جدول تغيرات f
6. أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $-\infty$
7. حدد تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل
8. أعط معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$
9. أحسب $f(-5)$ ثم أنشئ (C_f)

التمرين الحادي عشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x-2\sqrt{x-1}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$
3. أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 1 وأول هندسيا النتيجة.
4. بين أن $f'(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+1)}$ لكل $x>1$
5. ضع جدول تغيرات الدالة f
6. أعط معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=5$
7. انشئ (C_f)
8. ليكن g قصور الدالة f على المجال $[2,+\infty[$

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

6. حدد الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$

b) أنشئ $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم.

c) بين ان g^{-1} قابلة للاشتقاق في $a=1$

d) أحسب $(g^{-1})'(1)$

e) تحقق ان $g(x)=\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2$ ثم حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$

التمرين الثاني عشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=(x-1)-\sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أدرس اتصال f على D_f
3. احسب $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة
4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن (C_f) يقبل بجوار $-\infty$ وبجوار $+\infty$ مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x-2$
5. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)
6. أدرس قابلية اشتقاق f على اليسار في 0 ثم اول النتيجة هندسيا.
7. بين أن f قابلة للاشتقاق على $D_f-\{0\}$
8. احسب $f'(x)$ لكل $x\in D_f-\{0\}$ وأعط جدول تغيرات الدالة f
9. اكتب معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=2$
10. بين أن (C_f) يقطع (Ox) في نقطة وحيدة α على المجال $]1,+\infty[$ وأن $\alpha\in\left]2,\frac{5}{2}\right[$
11. بين أن $\alpha-(\alpha)^{\frac{1}{3}}=1$
12. ليكن g قصور f على المجال $I=]1,+\infty[$

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددا حيز تعريفها $D_{g^{-1}}$

b) بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق على $]1,+\infty[$

c) بين أن $(g^{-1})'(0)=\dfrac{2(\alpha-1)^3}{1+2(\alpha-1)^3}$

d) قارن $g^{-1}(\pi)$ و $g^{-1}(e)$

e) حدد $g^{-1}([0,1])$

14. أنشئ (C_f) و $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم
15. ناقش مبيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين الثالث عشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\left(x\sqrt{x}-1\right)^2$$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
3. أدرس اتصال الدالة f على المجال $[0,+\infty[$
4. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ وأول هندسيا النتيجة
5. أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 وأول هندسيا
6. بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$
7. أحسب $f'(x)$ لكل $x>0$ وضع جدول تغيرات f
8. أكتب معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=4$
9. حدد تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل
10. أدرس تقعر المنحنى (C_f) وبين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف $x_0=\sqrt[3]{\dfrac{1}{16}}$
11. بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل في المجال $[0,1]$ حلا وحيدا α وبين أن $\sqrt{\alpha}=\dfrac{1}{1+\alpha}$
12. ليكن g قصور f على المجال $I=[0,1]$

a) بين ان g تقابل من I نحو $D_{g^{-1}}$ وحدد $D_{g^{-1}}$

b) بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق على $]0,1[$

c) احسب $(g^{-1})'\left(\dfrac{1}{4}\right)$

d) قارن $(g^{-1})\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)$ و $(g^{-1})\left(\frac{1}{\sqrt[5]{2}}\right)$

e) حدد $g^{-1}\left(\left[0,\frac{1}{4}\right]\right)$ و حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in D_{g^{-1}}$

13. انشئ في نفس المعلم (C_f) و $(C_{g^{-1}})$

التمرين الرابع عشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=2x+\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم

1. تحقق أن $D_f=]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$
2. بين أن f فردية و أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3. بين أن $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=2+\frac{x+1}{x\sqrt{x^2-1}}$ لكل $x>1$
4. أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 1 واول هندسيا
5. بين أن $f'(x)=2+\frac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}}$ لكل $x>1$
6. ضع جدول تغيرات الدالة على $[1,+\infty[$
7. تحقق أن $f(x)-(2x+1)=\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$
8. بين أن $(D): y=2x+1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$
9. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (D)
10. أنشئ (C_f)
11. بين أن g قصور f على $[1,+\infty[$ تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده
12. أنشئ في نفس المعلم $(C_{g^{-1}})$

التمرين الخامس عشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x+4-\sqrt{x^2+8}$$

1. تحقق ان $D_f=\mathbb{R}$
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
3. أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f) منحنى f
4. أحسب $f'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة
5. حدد تقاطع (C_f) مع محوري المعلم
6. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم
7. بين ان f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده
8. أحسب $f^{-1}(2)$ ثم $\left(f^{-1}\right)'(2)$
9. بين ان $1\le f(x)\le 2\sqrt{2}$ حيث $x\in\left[1,2\sqrt{2}\right]$
10. نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\ge0}$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}, n\in\mathbb{N}$$

a) بين ان $U_n\le 2\sqrt{2}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

b) بين أن المتتالية $(U_n)_{n\ge0}$ تزايدية ثم استنتج انها متقاربة.

c) أحسب $\lim_{x\to+\infty} U_n$

التمرين السادس عشر

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x\sqrt[3]{4-x}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وحدد الفرع اللانهائي ل (C_f) منحنى الدالة بجوار $-\infty$
3. أدرس قابلية اشتقاق f على يسار 4 ثم اول هندسيا النتيجة
4. أحسب $f'(x)$ لكل $x\in]-\infty,4[$
5. بين ان إشارة $f'(x)$ هي إشارة $3-x$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f
6. حدد معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$
7. حدد تقاطع (C_f) مع محوري المعلم
8. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم

****

انتظروا تصحيح السلسلة على موقع النجاح في الفيزياء الرياضيات

للتواصل معنا:

Star.maths.physique@gmail.com

ننتظر مساهماتكم و اقتراحاتكم