قواعد تحديد مجموعة تعريف دالة

$P(x)$ و $Q(x)$ و $R(x)$ ثلاث حدوديات.

1. القاعدة رقم 01

$f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$	$\boxed{x\in D_f \Leftrightarrow Q(x)\neq 0}$ حيز تعريف الدالة

حالات خاصة:

- إذا كانت $Q(x)$ حدودية من الدرجة الثانية يعني $Q(x)=ax^2+bx+c$ نحسب المميز Δ حيث $\Delta=b^2-4ac$ و هناك ثلاث حالات ممكنة:

← الحالة الأولى: إذا كان $\Delta>0$ فإن للمعادلة حلين هما x_1 و x_2

$$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{x_1,x_2\}=]-\infty,x_1[\cup]x_1,x_2[\cup]x_2,+\infty[}$$

نفترض أن $x_1<x_2$

← الحالة الثانية: إذا كان $\Delta=0$ فإن للمعادلة حل واحد هو x_0

$$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{x_0\}=]-\infty,x_0[\cup]x_0,+\infty[}$$

← الحالة الثالثة: إذا كان $\Delta<0$ فإن المعادلة لا تقبل حل في $\mathbb{R}$ أي $ax^2+bx+c\neq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$. في هذه الحالة $\boxed{D_f=\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[}$

- إذا كانت $Q(x)$ حدانية يعني $Q(x)=ax+b$ فإن حيز تعريفها هو كالتالي:

$$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{b}{a}\right\}=\left]-\infty,-\frac{b}{a}\right[\cup\left]-\frac{b}{a},+\infty\right[}$$

- إذا كانت $Q(x)=x$ أو $Q(x)=|x|$ فإن $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{0\}=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[}$

التمرين الأول:

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية:

$f(x)=\dfrac{x^4+1}{x^2-3x+2}$	$g(x)=\dfrac{5x^2+2x}{3x+2}$	$h(x)=\dfrac{x^2+2}{x^3-x}$

← تحديد حيز تعريف الدالة f

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^2-3x+2\neq 0$$

لدينا $\Delta=b^2-4ac=9-4\times1\times2=1>0$ إذن المعادلة $x^2-3x+2=0$ تقبل حلين هما: $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{3-1}{2}=1$ و $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{3+1}{2}=2$

وبالتالي $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{1,2\}=]-\infty,1[\cup]1,2[\cup]2,+\infty[}$

← تحديد حيز تعريف الدالة g

$$x\in D_f \Leftrightarrow 3x+2\neq 0 \Leftrightarrow 3x\neq -2 \Leftrightarrow x\neq -\frac{2}{3}$$

وبالتالي $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{2}{3}\right\}=\left]-\infty,-\frac{2}{3}\right[\cup\left]-\frac{2}{3},+\infty\right[}$

← تحديد حيز تعريف الدالة h

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^3-x\neq 0 \Leftrightarrow x\left(x^2-1\right)\neq 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+1)\neq 0$$

$$\Leftrightarrow x\neq 0...et...x-1\neq 0...et...x+1\neq 0$$

$$\Leftrightarrow x\neq 0...et...x\neq 1...et...x\neq -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}-\{-1,0,1\}=]-\infty,-1[\cup]-1,0[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[}$$

ملاحظة: في حالة $Q(x)=ax^2+bx$ يعني $Q(x)=x(ax+b)$

$$x \in D_f \Leftrightarrow x(ax+b) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0..et..ax+b \neq 0$$

فإن

$$\Leftrightarrow x \neq 0..et..ax \neq -b \Leftrightarrow x \neq 0..et..x \neq -\frac{b}{a}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{b}{a}, 0\right\}}$$

<u>مثال:</u> حدد مجموعة تعريف الدالة f حيث $f(x) = \dfrac{2x^3+4}{3x^2-x}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow 3x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x(3x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0..et..(3x-1) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0..et..3x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0..et..x \neq \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} - \left\{0, \frac{1}{3}\right\} = \left]-\infty, 0\right[\cup \left]0, \frac{1}{3}\right[\cup \left]\frac{1}{3}, +\infty\right[}$$

2. <u>القاعدة رقم 02</u>

$f(x) = \sqrt{P(x)}$	$\boxed{x \in D_f \Leftrightarrow P(x) \geq 0}$
$P(x) \geq 0$ متراجحة لحلها نحتاج إلى جدول إشارة الحدودية $P(x)$	

<u>التمرين الثاني:</u>

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية:

$f(x) = \sqrt{(x-2)(2-3x)}$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$
$f(x) = \sqrt{x(x^3 - 8)}$	$f(x) = \sqrt{3x - 5}$
$f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$	$f(x) = \sqrt{(x-1)(x^4 - 16)}$
$f(x) = \sqrt{x^3 - 1}$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

تذكير

1. المتطابقات الهامة:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^4 - b^4 = (a+b)(a-b)(a^2 + b^2)$$

2. جدول إشارة حدانية:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a	0	إشارة a

3. جدول إشارة حدودية من الدرجة الثانية:

لتحديد جدول إشارة حدودية من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c$ لا بد أولا من حساب المميز $\Delta = b^2 - 4ac$ وهناك ثلاث حالات ممكنة:

← الحالة الأولى: $\Delta < 0$

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a

← الحالة الثانية: $\Delta = 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
ax^2+bx+c		إشارة a	0	إشارة a	

← الحالة الثالثة: $\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		إشارة a	0	عكس إشارة a	0	إشارة a	

نفترض في هذه الحالة أن $x_1 < x_2$

حل التمرين

1) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{(x-2)(2-3x)}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow (x-2)(2-3x) \geq 0$$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$2-3x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$(x-2)(2-3x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

من جدول الإشارات نختار المجال الموجب فهو يمثل حيز تعريف الدالة

$$D_f = \left[\frac{2}{3}, 2\right]$$

2) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow x^2-5x+6 \geq 0$$

$$\Delta = b^2-4ac = 25-24 = 1 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ و } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+1}{2} = 3$$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	

من جدول الإشارات نختار المجالات الموجبة فهي تمثل حيز تعريف الدالة

$$D_f =]-\infty, 2] \cup [3, +\infty[$$

3) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x(x^3-8)}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow x(x^3-8) \geq 0$$

جدول إشارة $x(x^3-8)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x^3-8		$-$	|	$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x(x^3-8)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

من جدول الإشارات نختار المجالات الموجبة فهي تمثل حيز تعريف الدالة

$$D_f =]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$$

4) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{3x-5}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow 3x-5 \geq 0$$

جدول إشارة $3x-5$

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x-5$		$-$	0	$+$	

$$D_f = \left[\frac{5}{3}, +\infty\right[$$

5) مجموعة تعريف $f(x)=\sqrt{x^3+1}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^3+1\geq 0$$

جدول إشارة x^3+1

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
x^3+1		$-$	0	$+$	

$$D_f=[-1,+\infty[$$

6) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{(x-1)(x^4-16)}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow (x-1)(x^4-16)\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-4)(x^2+4)\geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x+2)(x^2+4)\geq 0$$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2+4		$+$		$+$		$+$		$+$	
$(x-1)(x^4-16)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D_f=[-2,1]\cup[2,+\infty[$$

7) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x^3-1}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^3-1\geq 0$$

جدول إشارة x^3-1

لدينا $x^3-1=0\Leftrightarrow x=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
x^3-1		$-$	0	$+$	

$$D_f=[1,+\infty[$$

8) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^2-4\geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)\geq 0$$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D_f=]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[$$

3. القاعدة رقم 03

$f(x)=\sqrt{\dfrac{P(x)}{Q(x)}}$	$x\in D_f \Leftrightarrow \dfrac{P(x)}{Q(x)}\geq 0..et..Q(x)\neq 0$
$\dfrac{P(x)}{Q(x)}\geq 0$ متراجحة لحلها نحتاج إلى جدول الإشارات	

التمرين الثالث:

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية:

$f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x-3}}$	$f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-9}{x+4}}$
$f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x^2-3x+2}}$	$f(x)=\sqrt{\dfrac{x^4-1}{x+2}}$

حل التمرين

1) مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x-3}}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-3} \geq 0..et..(x-3) \neq 0$$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{x+2}{x-3}$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$$D_f =]-\infty,-2] \cup]3,+\infty[$$

2) مجموعة تعريف الدالة $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-9}{x+4}}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow \frac{x^2-9}{x+4} \geq 0..et..(x+4) \neq 0$$

x	$-\infty$		-3		3		-4		$+\infty$
x^2-9		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$x+4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{x^2-9}{x+4}$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$$D_f = [-3,3] \cup]-4,+\infty[$$

3) مجموعة تعريف الدالة $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{x^2-3x+2}}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow \frac{x}{x^2-3x+2} \geq 0..et..(x^2-3x+2) \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1 > 0$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+1}{2} = 2 \text{ و } x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-1}{2} = 1$$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2-3x+2		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$\dfrac{x}{x^2-3x+2}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	

$$D_f = [0,1[\cup [2,+\infty[$$

4) مجموعة تعريف الدالة $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^4-1}{x+2}}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow \frac{x^4-1}{x+2} \geq 0..et..(x+2) \neq 0$$

x	$-\infty$		-1		1		-2		$+\infty$
x^4-1		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{x^4-1}{x+2}$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$$D_f = [-1,1] \cup]-2,+\infty[$$

4. القاعدة رقم 04

$f(x) = \sqrt{\lvert P(x) \rvert}$	$\boxed{x \in D_f \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow D_f = \mathbb{R} =]-\infty,+\infty[}$

مثال

$$\leftarrow f(x) = \sqrt{\lvert x^2-5x+6 \rvert} \Leftarrow \boxed{D_f = \mathbb{R}}$$

5. القاعدة رقم 05

$f(x)=\dfrac{\sqrt{P(x)}+k}{Q(x)}$	$x\in D_f \Leftrightarrow P(x)\geq 0..et..Q(x)\neq 0$

حيث $u(x)$ حدودية $\quad f(x)=\dfrac{\sqrt{P(x)}+u(x)}{Q(x)}$

$k\in\mathbb{R}$. متراجحة لحلها نحتاج إلى جدول الإشارات $P(x)\geq 0$

التمرين الرابع:

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية:

$f(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+2}$	$f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^3}$
$f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-3}{x^2-3x+2}$	$f(x)=\dfrac{x^2-1+\sqrt{x+2}}{x^2-2}$

حل التمرين

1) تحديد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+2}$

$x\in D_f \Leftrightarrow x-3\geq 0..et..(x+2\neq 0)$

$\Leftrightarrow x\geq 3..et..(x\neq -2)\Leftrightarrow x\in[3,+\infty[-\{-2\}$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+2}$					0	$+$	

إذن $D_f=[3,+\infty[$

2) تحديد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-4}/x^3$

$x\in D_f \Leftrightarrow x^2-4\geq 0..et..(x^3\neq 0)$

$\Leftrightarrow x^2-4\geq 0..et..(x\neq 0)$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in D_f \Leftrightarrow x\in]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[..et..(x\neq 0)$

إذن $\Leftrightarrow D_f=]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[-\{0\}$

$D_f=]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[$

3) تحديد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-3}{x^2-3x+2}$

$x\in D_f \Leftrightarrow x\geq 0..et..(x^2-3x+2\neq 0)$

$\Leftrightarrow x\in[0,+\infty[..et..(x\neq 1..et..x\neq 2)$

$\Leftrightarrow x\in[0,+\infty[-\{1,2\}\Leftrightarrow x\in[0,1[\cup]1,2[\cup]1,+\infty[$

$D_f=[0,1[\cup]1,2[\cup]2,+\infty[$

ملحوظة: $\boxed{x\geq a\Leftrightarrow x\in[a,+\infty[}$ و $\boxed{x>a\Leftrightarrow x\in]a,+\infty[}$

4) تحديد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-1+\sqrt{x+2}}{x^2-2}$

$x\in D_f \Leftrightarrow x+2\geq 0..et..(x^2-2\neq 0)$

$\Leftrightarrow x\geq -2..et..(x\neq -\sqrt{2}..et..x\neq \sqrt{2})$

$\Leftrightarrow x\in[-2,+\infty[-\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

$$\Leftrightarrow x\in\left[-2,-\sqrt{2}\right[\cup\left]-\sqrt{2},\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2},+\infty\right[$$

$$D_f=\left[-2,-\sqrt{2}\right[\cup\left]-\sqrt{2},\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2},+\infty\right[$$

6. القاعدة رقم 06

$f(x)=\dfrac{\sqrt{\lvert P(x)\rvert}+k}{Q(x)}$	$x\in D_f \Leftrightarrow Q(x)\neq 0$ $k\in\mathbb{R}$
$f(x)=\dfrac{\sqrt{\lvert P(x)\rvert}+u(x)}{Q(x)}$ حيث $u(x)$ حدودية	

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{\lvert x-3\rvert}+x^2+3}{x^3-8}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^3-8\neq 0 \Leftrightarrow x^3\neq 8 \Leftrightarrow x\neq 2$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{2\}=\left]-\infty,2\right[\cup\left]2,+\infty\right[$$

7. القاعدة رقم 07

$f(x)=\sqrt{\left\lvert\dfrac{P(x)}{Q(x)}\right\rvert}$	$x\in D_f \Leftrightarrow Q(x)\neq 0$

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{\left\lvert\dfrac{x+3}{x^4-1}\right\rvert}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^4-1\neq 0 \Leftrightarrow x^4\neq 1 \Leftrightarrow x\neq 1..et..x\neq -1$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{-1,1\}=\left]-\infty,-1\right[\cup\left]-1,1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$$

8. القاعدة رقم 08

$f(x)=\dfrac{P(x)}{\sqrt{\lvert Q(x)\rvert}}$	$x\in D_f \Leftrightarrow Q(x)\neq 0$

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{x^2+3x-1}{\sqrt{\lvert x^2-9\rvert}}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^2-9\neq 0 \Leftrightarrow x^2\neq 9 \Leftrightarrow x\neq 3..et..x\neq -3$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{-3,3\}=\left]-\infty,-3\right[\cup\left]-3,3\right[\cup\left]3,+\infty\right[$$

9. القاعدة رقم 09

$f(x)=\dfrac{P(x)}{\sqrt{Q(x)}}$	$x\in D_f \Leftrightarrow Q(x)>0$

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{5x^3+3x+14}{\sqrt{-x^2+9}}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow -x^2+9>0$$

جدول إشارة $-x^2+9$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$-x^2+9$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$D_f=\left]-3,3\right[$$

10. القاعدة رقم 10

$f(x)=\sqrt{R(x)}+\dfrac{P(x)}{Q(x)}$	$x\in D_f \Leftrightarrow Q(x)\neq 0..et..R(x)\geq 0$

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-9}-\dfrac{3x+4}{x^2+5x+6}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x^2+5x+6\neq 0..et..x^2-9\geq 0$$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$-x^2+9$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\Delta=b^2-4ac=25-24=1>0$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5-1}{2}=-3\ ;\ x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5+1}{2}=-2$$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x\neq -3..et..x\neq -2..\text{et}..x\in \left]-\infty,-3\right]\cup\left[3,+\infty\right[$$

$$\Leftrightarrow x\in \left]-\infty,-3\right[\cup\left]-3,-2\right[\cup\left]-2,+\infty\right[..\text{et}..x\in\left]-\infty,-3\right]\cup\left[3,+\infty\right[$$

$$D_f=\left(\left]-\infty,-3\right[\cup\left[3,+\infty\right[\right)\cap\left(\left]-\infty,-3\right[\cup\left]-3,-2\right[\cup\left]-2,+\infty\right[\right)$$

$$D_f=\left]-\infty,-3\right[\cup\left[3,+\infty\right[$$

11. القاعدة رقم 11

$x\in D_f \Leftrightarrow k(x)+\sqrt{P(x)}\geq 0..et..P(x)$	$f(x)=\sqrt{k(x)+\sqrt{P(x)}}$

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\sqrt{x-\sqrt{x}}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x-\sqrt{x}\geq 0..et..x\geq 0$$

$x=\left(\sqrt{x}\right)^2$ لأن $x\in D_f \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2-\sqrt{x}\geq 0..et..x\in\left[0,+\infty\right[$

$$x\in D_f \Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\geq 0..et..x\in\left[0,+\infty\right[$$

موقع النجاح في الفيزياء والرياضيات

$$x\in D_f \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\geq 0..et..x\in\left[0,+\infty\right[$$

$$x\in D_f \Leftrightarrow \sqrt{x}\geq 1..et..x\in\left[0,+\infty\right[$$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x\geq 1..et..x\in\left[0,+\infty\right[$$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x\in\left[1,+\infty\right[..et..x\in\left[0,+\infty\right[$$

إذن $D_f=\left[0,+\infty\right[\cap\left[1,+\infty\right[=\left[1,+\infty\right[$

12. القاعدة رقم 12

$x\in D_f \Leftrightarrow P(x)\geq 0..et..Q(x)>0$	$f(x)=\dfrac{\sqrt{P(x)}}{\sqrt{Q(x)}}$

مثال:

حدد مجموعة تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2-4}}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x+3\geq 0..et..x^2-4>0$$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

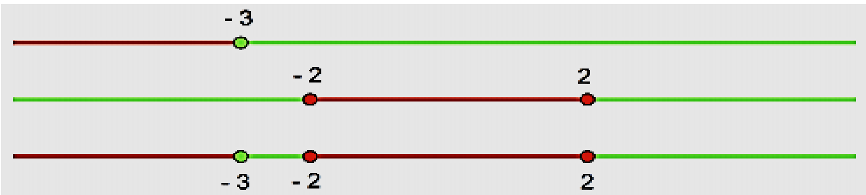
إذن

$$x\in D_f \Leftrightarrow x\geq -3..et..x\in\left]-\infty,-2\right[\cup\left]2,+\infty\right[$$

$$x\in D_f \Leftrightarrow x\in\left[-3,+\infty\right[..et..x\in\left]-\infty,-2\right[\cup\left]2,+\infty\right[$$

$$D_f=\left(\left]-\infty,-2\right[\cup\left]2,+\infty\right[\right)\cap\left(\left[-3,+\infty\right[\right)$$

$$D_f=\left[-3,-2\right[\cup\left]2,+\infty\right[$$



13. القاعدة رقم 13

مجموعة تعريف دالة معرفة بالأجزاء

مثال 1:

حدد مجموعة تعريف الدالة التالية
$$\begin{cases} f(x)=x-1-\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}, x<0 \\ f(x)=x\sqrt[3]{1+x}, x\geq 0 \end{cases}$$

$$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/\frac{x}{x-1}\geq 0 et..x<0\right\}\cup\{x\in\mathbb{R}/1+x\geq 0 et..x\geq 0\}$$

$$D_f=]-\infty,0[\cup[0,+\infty[=\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[$$

دروس الدعم في الرياضيات والفيزياء

الأستاذ: عزيز حاليب

موقع النجاح في الفيزياء والرياضيات

للتواصل معنا وضعنا رهن إشارتكم البريد الإلكتروني التالي:

Star.physique.maths@gmail.com

بالتوفيق والنجاح للتلاميذ الأعزاء