Ordre dans l'ensemble $\mathbb{R}$

Exercice 1

Dans chaque cas, a et b sont deux réels strictement positifs.

Comparer A et B en étudiant le signe de $A-B$.

$A=ab-1$ et $B=(a+1)(b+1)$
$A=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ et $B=\dfrac{4}{a+b}$
$A=\dfrac{7a+2b}{7a}$ et $B=\dfrac{8b}{7a+2b}$
$A=\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}$ et $B=2$

Exercice 2

Soient $-2<a<-1$ et $-1<b<2$ .on pose

$E=4a^2+4a-b^2+2b-3$

1. Donner un encadrement de E
2. Vérifier que $E=(2a+1)^2-(b-1)^2-3$
3. Donner un autre encadrement de E
4. Comparer les deux encadrements

Exercice 3

Soient x et y deux réels tels que :

$$x\geq\frac{1}{2} \text{ et } y\leq 1 \text{ et } x-y=3$$

1. Calculer $A=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$
2. Monter que $\dfrac{1}{2}\leq x\leq 4$ et $\dfrac{-5}{2}\leq y\leq 1$
3. Donner la valeur de l'expression :

$$A=|x+y-5|+|x+y+2|$$

Exercice 4

Trouver les réels x satisfaisant à la condition indiquée :

1. $|x+5|+|-2x+1|=3$
2. $|x-3|-2|-x+1|=1$
3. $|2x+3|>5$
4. $|-2x+7|\leq 8$

Exercice 5

1. Ecrire les intervalles suivantes sous forme d'inégalités :

$[2,5[$	$]-2,+\infty[$	$]-\infty,0]$
$[-2,+\infty[$	$]4,5[$	$]-3,3]$

2. Simplifiez

$]-3,4[\cap[2,5[$	$[-8,4[\cap[10,20[$
$\left]-\infty,\dfrac{2}{7}\right[\cup\left[\dfrac{-1}{2},+\infty\right[$	$]-\infty,1[\cap\left[\dfrac{-7}{4},+\infty\right[$
$[-5,-2[\cup[-3,+\infty[$	$]5,9[\cup[4,8[$

3. Simplifier les nombres suivants :

$\sqrt{(3b-1)^2}$ et $\sqrt{(a-5)^2}$ et $\sqrt{(-3a+1)^2}$

On donne : $a\in\mathbb{R}^-$ et $b\in\left[0,\dfrac{1}{3}\right]$

Exercice 6

Soient a et b deux nombres réels tels que $|a|\leq 1$ et $|b|\leq 1$.

1. Encadrer le nombre $ab+1$ et déduire que $ab+1\neq 0$
2. Monter que $\left|\dfrac{a+b}{ab+1}\right|\leq 1$

Exercice 7

Soient a et b deux réels tels que :

$1<a<b$ on pose $A=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ et $B=\sqrt{a-1}-\sqrt{b-1}$.

1. Préciser le signe de A et de B
2. Montrer que $\dfrac{A}{B}=\dfrac{\sqrt{a-1}+\sqrt{b-1}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$
3. Déduire que $0<\dfrac{A}{B}<1$ puis comparer A et B
4. Application : comparer les deux nombres suivants :

$a=\sqrt{3}-\sqrt{6}$ et $b=\sqrt{2}-\sqrt{5}$

الأستاذ: عزيز حاليب
دروس الدعم في الفيزياء
والرياضيات