

## DEVOIR N : 1

### EXERCICE 1 :

Montrer que si 7 divise  $(n-2)$ , alors il divise aussi  $n^2 + 3$

### EXERCICE 2 : $n \in \mathbb{N}^*$

Montrer que 4 divise  $n^2(n^2 - 1)$  pour tout entier naturel non nul

### EXERCICE 3 : $a$ et $b$ deux entiers naturels tels que : $a > b$

1. Déterminer l'ensemble de diviseurs de 36 noté  $D_{36}$
2. Montrer que  $(a-b)$  et  $(a+b)$  ont même parité
3. Résoudre l'équation suivante :  $a^2 - b^2 = 36$

### EXERCICE 4 : $a$ et $b$ et $n$ trois entiers naturels tels que :

$$a = 2n^2 + 4n + 7 \text{ et } b = n^2 + 5n + 6$$

1. Montrer que  $a$  est impair
2. Vérifier que  $b = (n+2)(n+3)$  et en déduit que  $b$  est pair
3. Montrer que  $(2b - a - n)$  est divisible par 5

### EXERCICE 5 : soit $a \in \mathbb{R}^*$ tel que $a + \frac{1}{a} = 7$

$$\text{Calculer : } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{ et } a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ et } a^4 + \frac{1}{a^4}$$

### EXERCICE 6 : On pose $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

Calculer  $A^2$  puis déterminer la valeur de  $A$

### EXERCICE 7 : soient $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$

$$\text{Montrer que } (a+b)^2 \neq a^2 + b^2 \text{ et } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$$

### EXERCICE 8 :

Montrer que si  $a > 0$  et  $b > 0$  alors  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

### EXERCICE 9 :

$$\text{Factoriser } (x^6 - 1) \text{ et calculer } A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32}$$

Prof : AZIZ HALIB

## DEVOIR N : 1

### EXERCICE 1 :

Montrer que si 7 divise  $(n-2)$ , alors il divise aussi  $n^2 + 3$

### EXERCICE 2 : $n \in \mathbb{N}^*$

Montrer que 4 divise  $n^2(n^2 - 1)$  pour tout entier naturel non nul

### EXERCICE 3 : $a$ et $b$ deux entiers naturels tels que : $a > b$

4. Déterminer l'ensemble de diviseurs de 36 noté  $D_{36}$
5. Montrer que  $(a-b)$  et  $(a+b)$  ont même parité
6. Résoudre l'équation suivante :  $a^2 - b^2 = 36$

### EXERCICE 4 : $a$ et $b$ et $n$ trois entiers naturels tels que :

$$a = 2n^2 + 4n + 7 \text{ et } b = n^2 + 5n + 6$$

4. Montrer que  $a$  est impair
5. Vérifier que  $b = (n+2)(n+3)$  et en déduit que  $b$  est pair
6. Montrer que  $(2b - a - n)$  est divisible par 5

### EXERCICE 5 : soit $a \in \mathbb{R}^*$ tel que $a + \frac{1}{a} = 7$

$$\text{Calculer : } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{ et } a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ et } a^4 + \frac{1}{a^4}$$

### EXERCICE 6 : On pose $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

Calculer  $A^2$  puis déterminer la valeur de  $A$

### EXERCICE 7 : soient $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$

$$\text{Montrer que } (a+b)^2 \neq a^2 + b^2 \text{ et } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$$

### EXERCICE 8 :

Montrer que si  $a > 0$  et  $b > 0$  alors  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

### EXERCICE 9 :

$$\text{Factoriser } (x^6 - 1) \text{ et calculer } A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32}$$

Prof : AZIZ HALIB