

سلسلة تمارين درس الاشتقاق

الحصة الثانية من سلك الباكلوريا

$$f(x) = -x^2 + 2x - 8, x_0 = -2 \quad 3.$$

التمرين الثالث:

حدد المطارف النسبية والمطارف المطلقة للدالة f على المجال I في كل حالة:

$f(x) = x^4 - x^2 + 1$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = \sin x + \cos x$	$I = [0, 2]$
$f(x) = 2x + \cos(2x)$	$I = [-2, -1]$

التمرين الرابع:

ضع جدول تغيرات الدالة f (تحديد مجموعة التعريف ودراسة قابلية الاشتقاق و حساب النهايات ثم الدالة المشتقة و أخيرا وضع جدول التغيرات):

$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1}$	$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$
$f(x) = x\sqrt{x+3}$	$f(x) = x - \frac{1}{x+1}$
$f(x) = \left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2$	$f(x) = \frac{x}{x-2\sqrt{x+2}}$
$f(x) = \sqrt{x-1}\sqrt{3-x}$	$f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x}$
$f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x+3}$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$
$f(x) = (x-2)\sqrt{x}$	$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$
$f(x) = x^2(x-12)^2$	$f(x) = (-2x+4)^4$
$f(x) = (x^2 - 2x)^3$	$f(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}$

التمرين الخامس:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt[3]{8-x^3} - 2}{x}, x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- أدرس قابلية اشتقاق الدالة على يسار 2
- أحسب الدالة المشتقة وحدد حيز تعريفها.

التمرين الأول:

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة a ثم أول هندسيا النتيجة:

$f(x) = x^3 - 3x^2$	$a = 1$
$f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$	$a = 1$
$f(x) = \sqrt{2x+5} - 2$	$a = 2$
$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x-1}$	$a = 0$
$f(x) = \frac{x-1}{x\sqrt{x+2}}$	$a = 2$
$f(x) = \frac{2x-3}{4x^2+1}$	$a = \frac{1}{2}$
$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 2}{x+1} \\ f(-1) = 5 \end{cases}$	$a = -1$
$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x+1}, x \leq -2 \\ f(x) = x^2 + 2x - 1, x > -2 \end{cases}$	$a = -2$
$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x-1}, x < 1 \\ f(x) = x^2 + x - 2, x \geq 1 \end{cases}$	$a = 1$
$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x-2}, x > 2 \\ f(x) = \sqrt{4-x^2}, 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$	$a = 2$

التمرين الثاني:

حدد معادلة المماس ل C_f في النقطة ذات الأفضول x_0

$$f(x) = \frac{x+3}{1-2x}, x_0 = -1 \quad 1.$$

$$f(x) = x^2 + 1 - \frac{1}{x^2 + 1}, x_0 = 1 \quad 2.$$

التمرين التاسع:

نعتبر الدالة المعرفة ب: $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+2}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. أحسب $f'(x)$ لكل $x \in D_f$ وضع جدول تغيرات الدالة f

التمرين العاشر:

حدد أصغر قيمة وأكبر قيمة ل f على المجال I

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$	$I = [-1, 5]$
$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$I = [-10, 10]$
$f(x) = x^3 - 3x + 3$	$I = \left[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$

التمرين الحادي عشر:

f دالة معرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{-x}, x \leq 0 \\ f(x) = x\sqrt{x}, x > 0 \end{cases}$$

1. أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها.
2. ادرس قابلية اشتقاق f على يسار 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها.
3. هل الدالة f قابلة للاشتقاق في $x_0 = 0$ ؟

التمرين الثاني عشر:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt[3]{x^3+1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. أدرس قابلية اشتقاق f على يمين -1 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها.
3. أحسب $f'(x)$ لكل $x \in D_f - \{-1\}$ وضع جدول تغيرات الدالة f
4. أحسب $f''(x)$ لكل $x \in D_f - \{-1\}$ وضع جدول إشارتها.
5. استنتج نقطة انعطاف منحنى الدالة f

التمرين السادس:

أحسب $f'(x)$ لكل $x \in I$ في الحالات التالية:

$f(x) = \sqrt[3]{1+2x^2}$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = (1-4x^2)^{\frac{3}{5}}$	$I = \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$
$f(x) = \sqrt[4]{x^2+1}$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt[3]{x^2-3x+4}$	$I = \mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$	$I = \mathbb{R} - \{1\}$
$f(x) = (x-1)^{\frac{2}{3}}$	$I =]1, +\infty[$

التمرين السابع:

أدرس تحذب وتقعر منحنى الدالة في كل حالة من الحالات التالية:

$f(x) = x^3 + x^2 - 5x$
$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$
$f(x) = \frac{1-2x}{x^2-x-2}$
$f(x) = \frac{2x^3}{(2x-1)^2}$
$f(x) = \frac{x^3+3x}{3x^2+1}$
$f(x) = \cos x - \sin x$
$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 1$
$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x - 1$

التمرين الثامن:

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي: $g(x) = x\sqrt{x} + 1$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة على يمين 0 وأول النتيجة هندسيا.
2. أدرس قابلية اشتقاق g في $x_0 = 1$
3. اعط معادلة المماس لمنحنى الدالة في النقطة ذات الأفصول $x_0 = 1$.
4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
5. أحسب $g'(x)$ لكل $x \in]0, +\infty[$ وضع جدول تغيرات الدالة g
6. هل C_g يقبل نقط انعطاف؟

التمرين الثالث عشر:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 وأول هندسيا النتيجة.
4. بين أن $f'(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}-1)^2}$ حيث $x \in D_f$
5. بين أن $f''(x) = \frac{3-\sqrt{x}}{4\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^3}$ لكل x من $D_f - \{0\}$
6. أدرس تقعر منحنى الدالة محمداً نقط انعطافه

التمرين الرابع عشر:

f دالة معرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1-3x} + 1, & x < -1 \\ f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + x + 1}, & x \geq -1 \end{cases}$$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار ثم على اليمين في النقطة $a = -1$
4. أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]-1, +\infty[$ و $]-\infty, -1[$ وضع جدول تغيرات f .

التمرين الخامس عشر:

f دالة معرفة بما يلي:

$$f(x) = x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار 0 وأول هندسيا النتيجة.
4. بين أن f قابلة للاشتقاق على $D_f - \{0\}$
5. أحسب $f'(x)$ لكل $x \in D_f - \{0\}$
6. ضع جدول تغيرات الدالة f

التمرين السادس عشر:

f دالة معرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x - 2\sqrt{x}, & x \geq 0 \\ f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}, & x < 0 \end{cases}$$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين وعلى يسار 0 ثم أعط تأويلا هندسيا لكل نتيجة
 3. أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$ وضع جدول تغيرات f .
 4. ليكن g قصور الدالة f على $[0, 1]$
- (a) بين أن g تقبل دالة عكسية محمداً حيز تعريفها.

(b) بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في $\frac{-3}{4}$

(c) أحسب $(g^{-1})'(\frac{-3}{4})$ نعطي $g(\frac{1}{4}) = \frac{-3}{4}$

التمرين السابع عشر:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 وأول هندسيا النتيجة.
3. بين أن $f'(x) = \frac{x + 4\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)^2}$ لكل $x > 0$
4. أدرس إشارة $f'(x)$ وضع جدول تغيرات f

التمرين الثامن عشر:

f دالة معرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x - 1}, & x \neq 1 \\ f(1) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

هل f قابلة للاشتقاق في $x_0 = 1$ ؟

اشنق دالة الحياة وضع جدول تغيراتها

التمرين التاسع عشر:

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي: $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x}$

1. حدد D_g حيز تعريف الدالة g
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
3. أدرس قابلية اشتقاق g على يمين 2 وعلى يسار 0 وأول النتيجةتين هندسيا.
4. أحسب $g'(x)$ لكل x من $D_g - \{0, 2\}$
5. ضع جدول تغيرات الدالة g

التمرين العاشر:

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي: $f(x) = x(\sqrt{x} - 2)^2$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 ثم أول النتيجة مبيانيا.
3. بين أن $f'(x) = 2(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)$ وضع جدول تغيرات f

التمرين الحادي والعشرون:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. بين ان لكل $x \in \mathbb{R}$ لدينا: $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$
3. ضع جدول تغيرات الدالة f

التمرين الثاني والعشرون:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x^2 - 1$

1. بين أن f تقابل من $[0, +\infty[$ نحو مجال J ينبغي تحديده.
2. تحقق من أن: $\forall x \in J: f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$
3. بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق على $]-1, +\infty[$ ثم

أحسب $(f^{-1})'(x)$

4. تحقق من أن: $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

التمرين الثالث والعشرون:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{1+x}$

1. حدد تقريب تآلفي للدالة f بجوار $a=0$
2. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{1.0008}$

التمرين الرابع والعشرون:

g دالة معرفة بما يلي: $g(x) = \frac{1}{x+1}$

1. حدد تقريب تآلفي للدالة g بجوار $a=0$
2. استنتج قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{1.006}$

التمرين الخامس والعشرون:

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي: $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

1. أدرس قابلية اشتقاق f على \mathbb{R}
2. بين أن f تقابل من \mathbb{R} نحو مجال J ينبغي تحديده
3. حدد $f^{-1}(x)$ لكل $x \in J$
4. بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق على J ثم أحسب

$(f^{-1})'(1)$

التمرين السادس والعشرون:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt[3]{2\cos x - 1}$ على

المجال $I = \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$.

1. أدرس قابلية اشتقاق f على I
2. بين أن f تقابل من I نحو $J = [0, 1]$
3. f^{-1} هي الدالة العكسية للدالة f

(a) احسب $(f^{-1})'(\sqrt[3]{\sqrt{3}-1})$

(b) حدد K مجال قابلية اشتقاق الدالة f^{-1}

(c) حدد $(f^{-1})(x)$ لكل $x \in K$

**نرغبوا نصحیح السلسلة في قادم الايام
دائما على نفس الموقع**

للتواصل معنا يرجى إرسال رسالة عبر البريد الإلكتروني:

Star.maths.physique@gmail.com

كما يمكنكم متابعة الجديد دائما عبر الموقع او عبر صفحتنا على
موقع التواصل الاجتماعي

"عالم الفيزياء والرياضيات"

اعمل j'aime للصفحة

نرحب بكم وبأفكاركم ومساهماتكم واقتراحاتكم لنشرها على

موقع النجاح في الفيزياء والرياضيات