

# Exercices pour le devoir 1

Tronc commun français

Préparé par : AZIZ HALIB

## Exercice 1 :

- Déterminer les diviseurs de 26
- Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  l'équation suivante :  
 $(x+2)(y+1) = 26$

## Exercice 2 :

On pose  $A = 7^{n+1} + 5 \times 7^n$

- Montrer que  $A$  est divisible par 12
- Décomposer  $A$  en produit de facteurs premiers

## Exercice 3 :

Montrer que si 7 divise  $(n-1)$  alors il divise encore  $(n^2-1)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

## Exercice 4 :

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels tel que  $a < b$ .

- Montrer que  $a-b$  et  $a+b$  sont de même parité
- Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  l'équation  
 $b^2 - a^2 = 96$

## Exercice 5 :

Soit  $n \in \mathbb{N}$

- Montrer que  $n^2 + n + 3$  est impair
- Vérifier que :  
 $n^3 + 3n^2 + 2n = n(n+1)(n+2)$
- Montrer que  $n^3 + 3n^2 + 2n$  est divisible par 3

## Exercice 6 :

Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $n > 4$

On pose  $a = 810$  et  $b = 3^n + 3^{3+n}$

- Décomposer  $a$  et  $b$  en produit de facteurs premiers
- Déterminer  $a \wedge b$  et  $a \vee b$

## Exercice 7 :

Soient  $a$ ,  $b$  et  $n$  trois entiers naturels tels que

$$a = 2n^2 + 4n + 7 \text{ et } b = n^2 + 5n + 6$$

- Montrer que  $a$  est impair
- Vérifier que  $b = (n+2)(n+3)$
- Montrer que  $b$  est pair

4. Montrer que  $(2b - a - n)$  est divisible par 5

## Exercice 8 :

Soit  $n \in \mathbb{N}$

On pose  $A = 7^{n+3} \times 3^{n+1} - 49$

Montrer que  $A$  est divisible par 98

## Exercice 9 :

Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :

$a = 67$	$b = 163$	$c = 341$
$d = 49$	$e = 239$	$f = 407$

## Exercice 10 :

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels impairs.

Montrer que  $a^2 + b^2 - 2$  est divisible par 8.

## Exercice 11 :

On pose  $A = 3^{n+2} - 3^n$  et  $B = 12^3 \times 32$

- Montrer que  $A$  est multiple de 8 pour  $n \in \mathbb{N}$
- Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre  $B$
- Déterminer les valeurs de l'entier  $n$  dans chacun des cas suivants :

a)  $\frac{n+15}{n+2}$  est un entier naturel

b)  $n+6$  est un diviseur de  $n+19$

## Exercice 12 :

Soit  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $n \geq 4$  et  $(n-4)$  est multiple de 5.

Montrer que  $(n^2-1)$  est multiple de 5

## Exercice 13 :

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$

Montrer que 4 divise  $n^2(n^2-1)$

## Exercice 14 :

$p$  et  $q$  deux entiers naturels premiers tels que  $p \neq 2$  et  $q \neq 2$ .

Montrer que  $p+q$  est non premier.

-----  
« « Bien faire vaut mieux que bien dire » »