

سلسلة تمارين النهايات والاتصال

التمرين الأول:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{2 + \sqrt{4 - x^2}}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2. لتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0, 2[$

(a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

(b) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}}$

1. حدد D_f ثم ادرس اتصال الدالة f على D_f

2. بين أن f تزايدية قطعاً على D_f وضع جدول تغيراتها

3. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده نحو D_f .

4. أحسب $f^{-1}(1)$

5. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x^3}{1+x^3}}$

1. حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محددات D_f

2. بين أن f تناقصية قطعاً على $]-1, 0[$

3. بين أن f تقابل من $]-1, 0[$ نحو مجال J ينبغي تحديده.

4. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x) = (x+1)\sqrt{x+1} - 1$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة h على يمين -1 ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها

3. أدرس تغيرات الدالة h

4. بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

5. حدد تعبير $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

6. ضع جدول تغيرات الدالة h^{-1}

التمرين الخامس:

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي: $g(x) = x^3 - x - 1$

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. بين أن $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]1, 2[$

3. أعط تأطير للعدد α سعته 0.25

4. بين أن $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3\alpha^2 - 1}$

التمرين السادس:

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3 - 1} + 1}$

1. حدد D_h ثم أحسب نهايات h عند محددات D_h

2. بين أن الدالة h تناقصية قطعاً على D_h

3. بين أن h تقابل من D_h نحو مجال J ينبغي تحديده.

4. حدد تعبير $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين السابع:

نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$h(x) = x(x + \sqrt{1 + x^2})$$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

2. بين أن الدالة h تزايدية قطعاً على \mathbb{R}^+

3. تحقق من أن $h(x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2} - x}$ لكل $x \in \mathbb{R}$

4. أثبت أن الدالة h تناقصية قطعاً على \mathbb{R}^-

5. بين أن $h(x) - x^2$ و $h(x)$ و x لهم نفس الإشارة على \mathbb{R}

6. بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة من مجال J ينبغي تحديده نحو \mathbb{R} .

7. حدد تعبير الدالة العكسية $h^{-1}(x)$

التمرين الثامن:

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{1}{x} - x + 1$

1. حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محددات D_f

2. أدرس اتصال الدالة f على D_f

3. أحسب $f'(x)$ لكل $x \in D_f$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة

f

التمرين الحادي عشر:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = 2 - \sqrt[3]{x^2 - 1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. بين أن الدالة f متصلة على \mathbb{R}

3. لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1, +\infty[$

(a) بين أن لكل a و b من I لدينا
 $a < b \Leftrightarrow g(a) > g(b)$

(b) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J
ينبغي تحديده.

(c) حدد $g^{-1}([0,1])$ دون استعمال صيغة $g^{-1}(x)$

(d) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

(e) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من المجال $]1, 2[$

يحقق $2 - \alpha = \sqrt[3]{\alpha^2 - 1}$

(f) باستعمال طريقة التفرع الثنائي أعط تأطيرا للعدد α
سعته $0,5$

التمرين الثاني عشر:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [1, +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 1$$

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجال $I = [1, +\infty[$ وضع
جدول التغيرات

2. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي
تحديده.

3. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الثالث عشر:

نعتبر الدالة $f(x) = x^3 + x + 1$ وليكن المجال $I = [0,1]$
بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال I ثم حدد
تأطيرا للعدد α سعته $0,125$

التمرين الرابع عشر:

1. f دالة متصلة وتناقضية قطعاً على $[0,1]$ بحيث

$f(x) \in [0,1]$ لكل $x \in [0,1]$. بين أن $f(x) = x$ تقبل
حلاً وحيداً في $[0,1]$

2. نعتبر المعادلة $(E): \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = x$

(a) بين أن المعادلة (E) تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[0,1]$

(b) حدد تقريباً سعته $0,0625$ للعدد α

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال

$]1, 2[$

5. حدد تأطيرا للعدد α سعته $0,25$

6. لتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0, +\infty[$

(a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J
ينبغي تحديده.

(b) أحسب $g(1)$ ثم استنتج $g^{-1}(1)$

(c) بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في 1 ثم أحسب $(g^{-1})'(1)$

(d) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين التاسع:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} (\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}), x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. بين أن $D_f = [-1,1]$

2. بين أن f دالة فردية

3. بين أن f متصلة في الصفر

4. بين أن f قابلة للاشتقاق في الصفر ثم حدد معادلة المماس
للمنحنى في النقطة ذات الأضلاع 0

5. بين أن $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x^4} (\sqrt{x^2+1} + \sqrt{1-x^2})}$

لكل $x \in]-1,1[$ ثم ضع جدول تغيرات f

6. لتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0,1]$

(a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J
ينبغي تحديده.

(b) أحسب $(g^{-1})'(0)$

(c) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين العاشر:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = (\sqrt[3]{1-x} - 1)^3 + 1$$

1. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي
تحديده.

2. حدد $f^{-1}([-15,0])$ دون استعمال صيغة $f^{-1}(x)$

3. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

4. ضع جدول تغيرات الدالة f^{-1}

5. احسب $f^{-1}(-1)$