

Série 1 : Ensembles des nombres

Exercice 1 :

Préciser pour chacun des nombres suivants le plus petit ensemble auquel il appartient :

| | | | | | | | | |
|------|------|----------------|------------|------|------|---------|-----------------|-------|
| 12,0 | 1,20 | $\frac{16}{5}$ | $\sqrt{2}$ | 7,01 | 0,12 | 3,33... | $\frac{17}{16}$ | π |
|------|------|----------------|------------|------|------|---------|-----------------|-------|

Exercice 2 :

Compléter chaque case par \in ou \notin .

| | N | Z | ID | Q | R |
|---|---|---|----|---|---|
| $-\frac{56}{8}$ | | | | | |
| $\frac{9}{4}$ | | | | | |
| $\frac{1}{3} : \left(\frac{-5}{6}\right)$ | | | | | |
| $-\sqrt{3}$ | | | | | |
| 2013×9^{-1} | | | | | |

Exercice 3 :

Calculer A et B et C et D et indiquer à quel plus petit ensemble de nombres auquel ils appartiennent.

| | | | |
|---|---|--|---|
| $A = \frac{\frac{4}{3} - 2}{3^{-1} - 9^{-1}}$ | $B = \frac{3\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ | $C = \frac{(2 \times 3^{-3})^3}{3^{-8}}$ | $D = \frac{10^{-4} \times (10^3)^3}{10^{-8}}$ |
|---|---|--|---|

Exercice 4 :

1. Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles :

| | | | |
|--|--|--|--|
| $A = \frac{5}{6} + 1 - \frac{10}{4} + \frac{2}{3}$ | $B = \frac{2 + \frac{1}{3}}{\frac{3}{7} \times \frac{28}{27}}$ | $C = \frac{10^{-4} \times (10^3)^2}{10^3}$ | $D = \frac{18 \times 15}{27 \times 25} - \frac{3}{25}$ |
|--|--|--|--|

2. Mettre le nombre suivant sous forme $a\sqrt{7}$ ou a est un entier relatif :

$$3\sqrt{112} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{28}$$

3. Donner la valeur exacte du nombre suivant : $(4 - \sqrt{5})(2 + 3\sqrt{5})$

Exercice 5 :

Simplifier A et B et C et D :

| | | | |
|--|--|--|--|
| $A = \frac{c \times a^2 \times b^{-3}}{\left(\frac{a}{b}\right)^3 \times c^2}$ | $B = a^5 \times (bc)^2 \frac{1}{(a^3 \times b^2)^2}$ | $C = \frac{(ab^2)^{-3} \times a^5}{(c \times a^{-2})^2}$ | $D = (a^3 \times b^{-5})^2 \frac{1}{b^2 \times a}$ |
|--|--|--|--|

Exercice 6 :

Simplifier les nombres suivants :

| | | |
|--|---|---|
| $A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{10-3\sqrt{11}} + \frac{1}{10+3\sqrt{11}}}}$ | $B = (2^3 \times 2^{-4})^2 \times (3^3)^2 \times 3^{-5}$ | $C = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5^2}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right)^3$ |
| $D = \left(\frac{2}{7}\right)^4 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-49}{2}\right)^3$ | $E = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{27}{4}\right)^{-1}$ | $F = \frac{(10^2)^3 \times a^5}{(2^6)^2 \times 5^6}$ |

Exercice 7 :

Simplifier les expressions suivantes :

| | | |
|--|---|--|
| $A = \sqrt{27} + 2\sqrt{75} - \sqrt{108}$ | $B = \sqrt{256} \times \sqrt{121} + \sqrt{144}$ | $C = 3\sqrt{169} + \sqrt{361} - 3\sqrt{256}$ |
| $D = 2\sqrt{44} - \sqrt{99} + 2\sqrt{275}$ | $E = \sqrt{\frac{45}{7}} \times \sqrt{\frac{26}{30}} \times \sqrt{\frac{27}{13}}$ | $F = \sqrt{7} - 3\sqrt{49} + 5\sqrt{9}$ |

Exercice 8 :

On pose $a = \sqrt{12+3\sqrt{7}}$ et $b = \sqrt{12-3\sqrt{7}}$. On considère $X = a - b$ et $Y = b - a$

- Vérifier que $a \times b = 9$
- Calculer X^2 et Y^2 puis simplifier X et Y
- Vérifier que $a = \frac{X - Y}{2}$ et $b = \frac{X + Y}{2}$.
- En déduit que $a = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{42}}{2}$ et $b = \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{42}}{2}$
- Simplifier $C = (\sqrt{7} - 1)(4 + \sqrt{7})\sqrt{4 - \sqrt{7}}$

Exercice 9 :

- Développer $(1 + \sqrt{5})^2$ et $(1 - \sqrt{5})^2$
- Simplifier $A = \sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$
- On pose $B = \sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}$
 - Calculer B^2
 - Simplifier B

Exercice 10 :

a est un nombre réel tel que $a \neq 1$ et $a \neq -1$

Montrer que $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1-a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1-a^4} = \frac{8}{1-a^8}$

Exercice 11 :

a , b et c trois réels non nuls, montrer que :

$$\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} = 0$$

Exercice 12 :

On pose $A = \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ et $B = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

1. Calculer A^2 , B^2 et $A \times B$

2. Calculer $A + B$

Exercice 13 :

Soit a un réel non nul tel que : $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$

Calculer

| | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $a^2 + \frac{1}{a^2}$ | $a^3 + \frac{1}{a^3}$ | $a^4 + \frac{1}{a^4}$ |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

Exercice 14 :

Montrer que :

| | |
|---|---|
| $\left(\frac{\sqrt{5-2\sqrt{3}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1$ | $\sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}} + \sqrt{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}} = 2\sqrt{\frac{3}{2}}$ |
|---|---|

Exercice 15 :

Déterminer les diviseurs de 51. En déduire les entiers naturels x et y tels que : $x^2 - y^2 = 51$

Exercice 16 :

Simplifier les nombres suivants :

| | | | |
|---|---|--|--|
| $A = \sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}$ | $B = \frac{(8^{50} + 8^{14})^2}{(4^{14} - 4^{12})^3}$ | $C = \frac{100^6 + 1000^3}{(0,001)^{-3} + (0,1)^{-6}}$ | $D = 100^{10} (0,00002)^3 \times (-0,005)^5$ |
|---|---|--|--|

Exercice 17 :

Factoriser les expressions suivantes :

| |
|---|
| $A = x(2x - 3) - (4x^2 - 9)$ |
| $B = (3x - 1)^2 - 2x(1 - 3x)$ |
| $C = (4x^2 - 9) - 5(6 - 4x)$ |
| $D = 3(2x - 1)^2 - 2x(4 - 16x^2)$ |
| $E = (2x - 1)^2 - 25(x + 3)^2$ |
| $F = (3x + 1)^4 - 16x^4$ |
| $G = (16x^4 - 81) - 5(3 - 2x)$ |
| $H = (x^2 + x - 1)^2 - 2x(x^2 + x - 1) + x^2$ |

موقع النجاح في الفيزياء والرياضيات