سلسلة تمارين في درس النهايات والاتصال

دروس الدعم في الرياضيات	الأستاذ: حاليب عزيز
المستوى: الثانية باك علوم تجريبية	جمعة اسحيم – اسفي

التمرين الأول: تذكير بالنهايات (أولى باك)

أحسب النهايات التالية:

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2-4x+5}-3x$	10. $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x+1+\sqrt{x^2+x-2}$
2. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}-1}$	11. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{4x-3}}{x-3}$
3. $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{x^2-1-2\sqrt{x-1}}{x-1}$	12. $\lim\limits_{x\to3^+} \dfrac{x+2\sqrt{x-3}-3}{x^2-9}$
4. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+8}{x^2+x-2}$	13. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1}$
5. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-2x}$	14. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{2x}$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+3x-1}}{x}$	15. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x^2-3x+2}$
7. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{2x^3+x-3}{x^2-3x+2}$	16. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x^3-1}}{x-1}$
8. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}-\dfrac{x}{\sqrt{x-1}}$	17. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{x}$
9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{\sin 3x}$	18. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos 2x}{\tan^2(x)}$
19. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}-\sqrt{x^2-2}$	20. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x-\sqrt{x}+1}-\sqrt{x-1}$
21. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$	22. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(1-\cos\dfrac{1}{x}\right)$
23. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos 2x}{\sin x}$	24. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos x}{x}$
25. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2+\sin x$	26. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sin x/\sqrt{x}$
27. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x\sqrt{2x-1}+3}{\sqrt{x^2+1}-3}$	28. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x\sqrt{x+2}+1}{x^2-1}$

//

التمرين الثاني: حساب نهايات جديدة (ثانية باك)

أحسب النهايات التالية:

.1 $\lim\limits_{x\to-\infty} x-2\sqrt[3]{1-x^3}$	.10 $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[4]{x^4+x-3}+2x$
.2 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\sqrt[3]{x+1}}{x}$	.11 $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{\sqrt[3]{2x}-2}{\sqrt{x}-2}$
.3 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^3+x+1}}{x}$	.12 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\tan 3x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$
.4 $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}{x-3}$	.13 $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{x-1}$
.5 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt[3]{-x^3+x+2}}{x}$	.14 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}-1}$
.6 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt[3]{1-x^3}}$	.15 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin x}{1-\sqrt[3]{x+1}}$
.7 $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^3+x+1}-2\sqrt[3]{x^3+2}$	.16 $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^3+x+1}-\sqrt[3]{x^2-1}$
.8 $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt{x+1}$	.17 $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[4]{x^4+4}+4x$
.9 $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[3]{x-x^3}+2x$	.18 $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}$

التمرين الثالث: الاتصال في نقطة - الاتصال على يسار وعلى يمين نقطة

1. أدرس اتصال الدالة f في النقطة x_0 :

.1 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}, x\neq0 \\ f(0)=0, x_0=0 \end{cases}$	.2 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}, x\neq1 \\ f(1)=4, x_0=1 \end{cases}$
.3 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}, x\neq1 \\ f(1)=\frac{1}{2}, x_0=1 \end{cases}$	.4 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{3}}{x^2-1}, x\neq1 \\ f(1)=\frac{\sqrt{3}}{6}, x_0=1 \end{cases}$
.5 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3}, x\neq2 \\ f(2)=\frac{9}{8}, x_0=2 \end{cases}$	.6 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{-4+x^2}{x-2}, x>2 \\ f(x)=\sqrt{x^2+12}, x\leq2 \end{cases}$

//

2. حدد الأعداد a و b و c حسب كل حالة، بحيث تكون الدالة f متصلة :

.1 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+ax-8}{x^2-4x}, x<4 \\ f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+b}{x-2}, x\geq 4 \end{cases}$	.2 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+b}{x^2+1}, x\leq 2 \\ f(x)=\dfrac{x^2+ax+2}{x-4}, x>2 \end{cases}$
.3 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+b}{x^2+1}, x<1 \\ f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1}, x>1 \\ f(1)=a \end{cases}$	.4 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}, x>3 \\ f(x)=\dfrac{-4+cx^2}{x-2}, x<3 \\ f(3)=2 \end{cases}$

3. ادرس اتصال الدالة في الحالتين التاليتين:

.1 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-1}{x+1}, x>-1 \\ f(-1)=\frac{1}{2} \\ f(x)=\dfrac{2-\sqrt[3]{2-6x}}{x+1}, x<-1 \end{cases}$	.2 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}, x>2 \\ f(2)=\frac{1}{3} \\ f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x^2+2x-8}, x<2 \end{cases}$

<u>التمرين الرابع:</u> اتصـــال دالة على مجال

ادرس اتصال الدالة على المجال I

.1 $f(x)=x^4-3x^2+6xx-10$ $I=[1,7]$	.2 $f(x)=2x-1+\sin x$ $I=\mathbb{R}$
.3 $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{3\sqrt{x}}$ $I=[1,+\infty[$	.4 $f(x)=\dfrac{2\cos x}{x-2}$ $I=]-\infty,0]$
.5 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}, x\neq 1 \\ f(1)=3 \end{cases}$ $I=\mathbb{R}$	.6 $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3+8}{x+2}, x\neq -2 \\ f(-2)=12 \end{cases}$ $I=\mathbb{R}$
.7 $\begin{cases} f(x)=x^2-2x+1, x\leq 2 \\ f(x)=x^2+x-5, x>2 \end{cases}$ $I=\mathbb{R}$	.8 $\begin{cases} f(x)=\lvert x\rvert+x+1, x\leq 1 \\ f(x)=\sqrt{x}\left(x^2+2\right), x>1 \end{cases}$ $I=\mathbb{R}$

9. $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x.\sin x}{1-\cos x}, x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$ $I=\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$	10. $\begin{cases} f(x)=-x+2, x<3 \\ f(x)=x-4, 3\leq x<5 \\ f(x)=-2x+13, x\geq 5 \end{cases}$ $I=\mathbb{R}$

التمرين الخامس: صورة مجال بدالة متصلة

حدد صورة المجال في كل حالة من الحالات التالية:

1. $f(x)=x^2-2x+6$ $\quad I=\mathbb{R}$	2. $f(x)=\sqrt{x^2+1}+2x$ $\quad I=[1,+\infty[$
3. $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ $\quad I=[0,+\infty[$	4. $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^3-1}$ $\quad I=]1,+\infty[$
5. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ $\quad I=]1,+\infty[$	6. $f(x)=\dfrac{2+\sqrt{4-x^2}}{x}$ $\quad I=]0,2]$

التمرين السادس: اتصال مركب دالتين

ادرس اتصال الدالة على المجال I

1. $h(x)=\sin\left(\dfrac{2x+3}{x}\right)$ $\quad I=]0,+\infty[$	2. $h(x)=\sqrt{x^2+x+1}$ $\quad I=\mathbb{R}$
3. $h(x)=\sin\left(\dfrac{2x^2-3}{x-2}\right)$ $\quad I=]2,+\infty[$	4. $f(x)=\sqrt{\dfrac{3x-1}{x-1}}$ $\quad I=]1,+\infty[$

التمرين السابع: مبرهنة القيم الوسطية

1. بين أن المعادلة $x^2=x\sin x+\cos x$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$
2. نعتبر الدالة $f(x)=\cos x-x$. بين أن $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا في المجال $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$
3. بين أن المعادلة $\dfrac{1}{2}+\cos x=x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]0,\dfrac{\pi}{3}\right[$
4. حدد عدد حلول المعادلة $3x^4+4x^3=12x^2+1$ في $\mathbb{R}$
5. نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب $f(x)=\sqrt{x^2+1}$. بين أن $f(x)=\dfrac{1}{x}$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[0,1]$.
6. f دالة متصلة على $[0,1]$. بين أن $\exists\alpha\in]0,1[\ /\ f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\alpha-1}$
7. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=-3x^3+4x+1$. بين أن $f(x)=\dfrac{1}{2}$ تقبل 3 حلول حقيقية.

//

8. f دالة متصلة على $[0,1]$ بحيث $f(0)=0$ و $f(1)=1$. بين أنه يوجد عدد حقيقي α يحقق $f(\alpha)=\dfrac{1-\alpha}{1+\alpha}$.

9. f دالة متصلة ومعرفة على $[0,1]$ بحيث لكل $x\in[0,1]$ لدينا $f(x)\in[0,1]$. بين أنه يوجد عدد حقيقي α يحقق $f(\alpha)=\alpha$.

التمرين الثامن: مبرهنة القيم الوسطية

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3+1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $f'(x)$ لكل $x\neq -1$
3. نعتبر الدالة P المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $P(x)=-x^3-3x+2$
   a. أدرس تغيرات P على $\mathbb{R}$
   b. استنتج أن المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$.
   c. استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$
   d. بين أن $0.5<\alpha<0.6$
   e. بين أن $f(x)=\dfrac{2}{3\alpha}$ وحدد تأطيرا للعدد α
   f. استنتج إشارة $f'(x)$ لكل $x\neq -1$ وضع جدول تغيرات الدالة f

التمرين التاسع: التفرع الثنائي

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=x^3-3x+1$

1. أدرس اتصال واشتقاق f على $\mathbb{R}$
2. أدرس تغيرات f على $\mathbb{R}$
3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$
4. حدد تأطيرا للعدد α سعته أصغر من 0.1

التمرين العاشر: دالة الجذر من الرتبة n

1. رتب الأعداد التالية ترتيبا تناقصيا: $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt[6]{2}$ ، $\sqrt[4]{6}$ ، $\sqrt[3]{7}$
2. رتب الأعداد التالية ترتيبا تزايديا: $\sqrt[3]{15}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt[4]{79}$ ، $\sqrt[6]{123}$ ، $\sqrt[12]{350}$
3. بسط العددين التاليين: $A=\dfrac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\times\sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2}\times\sqrt[6]{4}}$ ---- $B=\dfrac{\sqrt[4]{3}\times 3^2\times\sqrt[20]{3\sqrt[4]{9}}}{\sqrt[5]{81}\times\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}}$
4. اجعل مقامات الأعداد التالية جذرية: $a=\dfrac{\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}+1}$. $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}}$. $c=\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$

5. حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$(x-5)^3+8=0$	$\sqrt[3]{x^2-2x+1}=2$
$\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{x-1}=12$	$x\sqrt[3]{x}-16=0$
$\sqrt[3]{(1+x)^2}+4\sqrt[3]{(1-x)^2}=4\sqrt[3]{1-x^2}$ ضع $t=\sqrt[3]{\dfrac{1+x}{1-x}}$	$\sqrt[3]{(1-x)^2}+3\sqrt[3]{1-x}=4$

الدالـــة العكـــــــسية

التمرين الأول:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{2+\sqrt{4-x^2}}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
2. لتكن g قصور الدالة f على المجال $\mathrm{I}=]0,2]$

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

b) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x)=x+1+\sqrt{x+1}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f متصلة ورتيبة قطعا على D_f
3. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.
4. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathrm{I}=]1,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^3-1}$

1. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.
2. أعط جدول تغيرات الدالة f^{-1}
3. تحقق من أن لكل x من المجال I لدينا $f(x)=2+\dfrac{2}{x^3-1}$
4. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J.

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=2-\sqrt[3]{x^2-1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

//

2. بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$

3. لتكن g قصور الدالة f على المجال $\mathrm{I}=[1,+\infty[$

a) بين أن لكل a و b من I لدينا $a<b \Leftrightarrow g(a)>g(b)$

b) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

c) حدد $\mathrm{g}^{-1}([0,1])$ دون استعمال صيغة $g^{-1}(x)$

d) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

e) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من المجال $]1,2[$ يحقق $2-\alpha=\sqrt[3]{\alpha^2-1}$

f) باستعمال طريقة التفرع الثنائي أعط تأطيرا للعدد α سعته 0.5

التمرين الخامس:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\left(\sqrt[3]{1-x}-1\right)^3+1$

1. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.
2. حدد $f^{-1}([-15,0])$ دون استعمال صيغة $f^{-1}(x)$
3. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين السادس:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathrm{I}=[1,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=2x^2-4x+1$

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجال $\mathrm{I}=[1,+\infty[$ وضع جدول التغيرات
2. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.
3. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين السابع:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{x}\left(\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}\right), x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1. بين أن $D_f=[-1,1]$
2. بين أن f دالة فردية
3. بين أن f متصلة في الصفر
4. بين أن f قابلة للاشتقاق في الصفر ثم حدد معادلة المماس للمنحنى في النقطة ذات الأفصول 0
5. بين أن $f'(x)=\dfrac{2}{\sqrt{1-x^4}\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{1-x^2}\right)}$ لكل $x\in]-1,1[$ ثم ضع جدول تغيرات f
6. لتكن g قصور الدالة f على المجال $\mathrm{I}=]0,1]$

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

b) أحسب $\left(g^{-1}\right)'(0)$

c) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

//

التمرين الثامن:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}$

1. حدد D_f ثم ادرس اتصال الدالة f على D_f
2. بين أن f تزايدية قطعا على D_f وضع جدول تغيراتها
3. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده نحو D_f .
4. أحسب $f^{-1}(1)$
5. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين التاسع:

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1-x^3}{1+x^3}}$

1. حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محدات D_f
2. بين أن f تناقصية قطعا على $]-1,0[$
3. بين أن f تقابل من $]-1,0[$ نحو مجال J ينبغي تحديده.
4. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين العاشر:

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{x}-x+1$

1. حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محدات D_f
2. أدرس اتصال الدالة f على D_f
3. أحسب $f'(x)$ لكل $x\in D_f$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f
4. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]1,2[$
5. حدد تأطيرا للعدد α سعته 0.25
6. لتكن g قصور الدالة f على المجال $\mathrm{I}=]0,+\infty[$

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

b) أحسب $g(1)$ ثم استنتج $g^{-1}(1)$

c) بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في 1 ثم أحسب $\left(g^{-1}\right)'(1)$

d) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الحادي عشر:

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x)=(x+1)\sqrt{x+1}-1$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة h على يمين 1- ثم أول هندسيا
3. أدرس تغيرات الدالة h

//

4. بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.
5. حدد تعبير $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الثاني عشر:

نعتبر الدالة g المعرفة بمايلي: $g(x)=x^3-x-1$

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. بين أن $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]1,2[$
3. أعط تأطير للعدد α سعته 0.25
4. بين أن $\left(g^{-1}\right)'(0)=\dfrac{1}{3\alpha^2-1}$

التمرين الثالث عشر:

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}+1}$

1. حدد D_h ثم أحسب نهايات h عند محدات D_h
2. بين أن الدالة h تناقصية قطعا على D_h
3. بين أن h تقابل من D_h نحو مجال J ينبغي تحديده.
4. حدد تعبير $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J.

التمرين الرابع عشر:

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $h(x)=x\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)$
2. بين أن الدالة h تزايدية قطعا على $\mathbb{R}^+$
3. تحقق من أن $h(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}-x}$ لكل $x\in\mathbb{R}$
4. أثبت أن الدالة h تناقصية قطعا على $\mathbb{R}^-$
5. بين أن $h(x)$ و $h(x)-x^2$ و x لهم نفس الإشارة على $\mathbb{R}$
6. بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة من مجال J ينبغي تحديده نحو $\mathbb{R}$.
7. حدد تعبير الدالة العكسية $h^{-1}(x)$

....

تمرين إضافي في اتصال دالة على مجال

أدرس اتصال الدالة f على المجال I في الحالات التالية:

1. $f(x)=x-\sqrt{x^2-x}$ و $I=[1,+\infty[$
2. $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x^2+1}+\sqrt{x^2-x+4}$ و $I=\mathbb{R}$
3. $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x},-1<x<0 \\ f(x)=x^2-6x,0<x<1 \end{cases}, f(0)=0$ و $I=]-1,1[$