

# Série 1 : l'ensemble $\mathbb{N}$ et notions d'arithmétique

## Exercices 1:

- Décomposer en facteurs premiers les nombres :  $a = 2520$  et  $b = 256$
- Calculer  $\text{pgcd}(a,b)$  et  $\text{ppcm}(a,b)$
- Simplifier  $\frac{a}{b}$  et  $\sqrt{a}$  et  $\sqrt{b}$  et  $\sqrt{a \times b}$

## Exercices 2:

- Démontrer que  $A = 3n^2 + 15n + 7$  est un nombre impair
- Démontrer que  $B = 5n^2 - 7n + 4$  est un nombre pair
- Démontrer que  $C = n^4 - n^2 + 16$  est un multiple de 4

## Exercices 3:

Développer et simplifier :

$A = (x+2)^3$	$B = (\sqrt{3}-1)^3$
$C = (4-x)^3$	$D = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^3$
$E = (a-1)^3(a+1)^3$	

## Exercices 4:

$a$  et  $b$  deux entiers naturels.  
Etudier la parité de  $a-b$  et de  $a+b$

## Exercices 5:

Soit  $n$  un entier naturel.

- Le nombre  $1+3^n$  est-il toujours pair ?
- Démontrer que  $2^n + 2^{n+1}$  est divisible par 3
- Démontrer que si  $n$  est impair alors 8 divise  $n^2 - 1$
- Montrer que  $A = n^2 + 3n + 2$  est pair

## Exercices 6:

Comment choisir le chiffre  $x$  pour que  $A = 112x$  soit divisible par 5 et par 9 ?

## Exercices 7:

Soit  $n$  un nombre naturel non nul.

- Montrer que  $n(n+1)$  est pair

- Déterminer la parité des nombres suivants :

$a = 2n^2 + 13$	$b = n^3 - n$
$c = (2n+1)^7$	$d = n^2 + 3n + 1$

## Exercices 8:

Etudier la parité é des nombres :

$a = 2^9 + 6^9$	$b = 351 \times 208$
$c = 17^3 - 5^3$	$d = 37013 \times 1375$

## Exercices 9:

Etudier la parité é des nombres :

$a = 12n + 8$	$b = 2n + 5$
$c = 4n + 6$	$d = 8n - 7, n \geq 1$
$e = 6n + 3$	$f = 2n^2 + 8n + 11$
$g = n^2 + n + 2006$	$h = n^3 - n + 2$

## Exercices 10:

Soit  $n$  un entier naturel.

On pose  $a = 5^{n+2} - 5^n$  et  $b = 7^{n+2} - 7^n$   
Déterminer  $a \wedge b$  et  $a \vee b$

## Exercices 11:

Soient  $x$  et  $y$  deux entiers naturels.

On pose  $A = (x+2y)^2 - x^2$

- Montrer que  $A \in \mathbb{N}$
- Montrer que  $A$  est pair
- Montrer que  $A$  est divisible par 4

## Exercices 12:

Soit  $p$  un nombre premier tel que  $p > 2$ .

- Montrer que  $(p^2 - 1)$  est multiple de 8
- En déduire que 16 divise  $(p^4 - 1)$

## Exercices 13:

- Décomposer le nombre 684 en produit de facteurs premiers
- Déterminer le plus petit naturel  $a$  pour que le nombre  $684a$  soit un carré parfait.

## Exercices 14:

Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  l'équation :  $x^2 - y^2 = 51$