

3 ساعات	مدة الانجاز	الامتحان التجريبي	Prof : AZIZ HALIB 2017/2018
7	اطعام	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها و شعبة العلوم و التكنولوجيا بمسلكها	

التحريين الاول :

الفضاء (ξ) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر في (ξ) النقط $A(1, 3, -4)$ ،

$$B(1, 7, -2) \text{ و } C(2, 5, -2)$$

1) تحقق أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ ثم أحسب مساحة المثلث ABC

2) بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي : $2x + y - 2z - 13 = 0$

3) أـ بين أن مسافة النقطة B عن المستقيم (AC) هي 2

بـ استنتج أن معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها B ومماسة للمستقيم (AC) تكتب :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 14y + 4z + 50 = 0$$

جـ حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AC) ثم استنتج مثلوث احداثيات H نقطة تماس (AC) و (S)

التحريين الثاني :

I [حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $Z^2 - 2Z + 4 = 0$

II [المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) .

نعتبر في (P) النقط A ، B و C التي أحاقها على التوالي هي : $a = -2$ ، $b = 1 + i\sqrt{3}$

و $c = 1 - i\sqrt{3}$ وليكن R الدوران الذي مركزه O و يحول النقطة C إلى النقطة B

1) تحقق أن $\frac{b}{c} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و استنتج زاوية الدوران R

2) أـ بين أن التمثيل العقدي للدوران R يكتب : $Z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)Z$

بـ تحقق ان $R(B) = A$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

التحريين الثالث :

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 3, 2, 1, 1 و خمس كرات حمراء تحمل الأرقام 3, 2, 2, 1, 1

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

1) نعتبر الحدثين : A " توجد كرة حمراء واحدة فقط من بين الكرات المسحوبة "

B " لا توجد أي كرة تحمل الرقم 3 "

بين أن احتمال الحدث A هو $\frac{5}{14}$ و أن $p(B) = \frac{5}{12}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات المتبقية في الكيس والتي تحمل الرقم 3 تحقق أن قيم المتغير X هي : 2 , 1 , 0 ثم حدد قانون احتمال X

II) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون احلال ثلاث كرات من الكيس .

ما هو احتمال الحدث : C " مجموع الأرقام الثلاث المحصل عليها فردي "

مسألة :

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln x$

0.5 ن

$$(1) \text{ بين أن } (\forall x > 0) \quad g'(x) = \frac{x-1}{x(\sqrt{x}+1)}$$

0.5 ن

(2) أـ ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايات غير مطلوبة)

0.5 ن

$$\text{بـ استنتج أن } (\forall x > 0) \quad g(x) \geq 0$$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x} \ln x & , \quad x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$)

0.75 ن

(1) أـ بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} \ln x = 0$ واستنتج أن f متصلة على يمين $a = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$)

0.75 ن

بـ بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة (لاحظ أن $\frac{f(x)}{x} = 1 - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$)

0.5 ن

(2) أـ بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ن

بـ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ اتجاه مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

0.5 ن

جـ أدرس وضع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

0.5 ن

$$(3) \text{ أـ بين أن } (\forall x > 0) \quad f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x}}$$

0.5 ن

بـ أنجز جدول تغيرات الدالة f

0.5 ن

جـ أحسب $f'(1)$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة

0.5 ن

(4) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

1 ن

(5) أرسم المنحنى (C_f) والمنحنى $(\Gamma_{f^{-1}})$ للدالة العكسية f^{-1} قي نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j})

0.25 ن

(6) أـ تحقق أن الدالة $H: x \rightarrow \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ هي دالة أصلية للدالة $h(x) = \sqrt{x}$ على المجال $]0, +\infty[$

0.75 ن

$$\text{بـ باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : } \int_1^e \sqrt{x} \ln x \, dx = \frac{2e\sqrt{e} + 4}{9}$$

0.5 ن

جـ استنتج بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين الذين

$$\text{معادلتاهما } x = e \text{ و } x = 1$$

الجزء الثالث : لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{3}{2}$ و $U_{n+1} = U_n - \sqrt{U_n} \ln U_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

0.5 ن

$$(1) \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 1$$

0.5 ن

(2) بين أن $(U_n)_n$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة

0.5 ن

$$(3) \text{ حدد نهاية المتتالية } (U_n)_n$$