الثانية بكالوريا	مسألة	

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = 2\ln x + \frac{1}{x^2}$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$

2) أ) بين ان $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x^3}$ و ضع جدول التغيرات

ب) استنتج أن $2\ln x + \frac{1}{x^2} + 3 > 0$ $(\forall x \in \mathbb{R}^{*+})$

الجزء الثاني :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = x + (x^2-1)\ln x$

1) أ) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

2) أ) بين أن $f'(x) = x + 1 - \frac{1}{x} + 2x\ln x$ $(\forall x \in \mathbb{R}^{*+})$

ب) بين ان f' تزايدية قطعا على $\mathbb{R}^{*+}$

3) أ) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}^{*+}$ حلا وحيدا α ثم أن $\alpha < 1$

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أ) أعط معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفصول 1

ب) بين ان المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (Δ) $y = x$

5) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمفي معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 3\,cm$

(نعطي $\alpha \simeq 0,75$ و $f(\alpha) \simeq 0,9$)

الجزء الثالث :

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 \in]\alpha,1[$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

1- بين ان $\alpha < U_n < 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- بين ان $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

الجزء الرابع :

ليكن β عددا من المجال $]0,1[$ و $A(\beta)$ مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) و محور الأفاصيل و المستقيمين $x = 1$, $x = \beta$

1. أ) بين ان الدالة $x \to \frac{1}{3}x^3\ln x - \frac{1}{3}x^3$ هي دالة أصلية للدالة $x \to x^2\ln x$ على المجال $\mathbb{R}^{*+}$

ب) أحسب التكامل $I = \int_\beta^1 x^2\ln x\,dx$

2. باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل $J = \int_\beta^1 \ln x\,dx$

3. أستنتج ب cm^2 المساحة $A(\beta)$ ثم أحسب $\lim\limits_{\beta\to 0^+} A(\beta)$