1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 6Z + 25 = 0$

2) نعتبر في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A ; B ; C

التي ألحاقها على التوالي هي $z_A = 2+i$ ، $z_B = 3+4i$ و $z_C = 6+3i$

أ) أحسب $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ثم استنتج قياسا للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$

ب) أحسب $\dfrac{z_B - z_C}{z_B - z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC

مسألة

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $x > 0$; $f(x) = x\left(1+(\ln x)^2\right)$ و $f(0) = 0$

الجزء (1)

1) أ) بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}^+$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة 0

2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم أحسب المشتقة $f'(x)$

ب) بين أن f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}^+$ و ضع جدول التغيرات

4) أ) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول 1

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (Δ)

5) أدرس تقعر المنحنى (C_f) محددا إحداثيات نقطة الانعطاف

6) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\,cm$

7) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} محددا مجموعة تعريفها

ب) بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 1 و أحسب $\left(f^{-1}\right)'(1)$ ثم أرسم في المعلم السابق منحنى الدالة f^{-1}

الجزء (2)

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = e^{-1}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N})$ $e^{-1} \le U_n < 1$ و أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

2) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

الجزء (3) ليكن a عددا من المجال $]0,1[$ و $A(a)$ مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = a$ و $x = 1$

1) أ) بين أن $x \to \dfrac{1}{2}x^2\ln x - \dfrac{1}{4}x^2$ دالة أصلية للدالة $h(x) = x\ln x$ على المجال $]0,+\infty[$

ب) استنتج حساب التكامل $I = \int_a^1 x\ln x\,dx$

2) باستعمال مكاملة بالجزاء حدد التكامل $J = \int_a^1 x(\ln x)^2\,dx$

3) حدد ب cm^2 المساحة $A(a)$ ثم حدد $\lim\limits_{a\to 0^+} A(a)$