

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $U_1 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n + 3}{4 + U_n}$

(1) (أ) بين أن $U_n > 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

(ب) تحقق أن $U_n - U_{n+1} = \frac{(U_n - 1)(U_n + 3)}{4 + U_n}$ واستنتج أن $(U_n)_n$ تناقصية و متقاربة

(2) نضع $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$ لكل عدد طبيعي غير منعدم n

(أ) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$

(ب) حدد الحد العام U_n بدلالة n ثم بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$

(ج) أحسب نهاية المتتالية $W_n = e^{U_n}$

تمرين

يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام $0, 1, 1, 1, 2$ وأربع كرات خضراء مرقمة $0, 1, 1, 2$ نسحب في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق . نعتبر الحدثين :

"A" سحب كرات من نفس اللون " و "B" سحب كرات تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى "

(1) (أ) أحسب احتمال كل من الحدثين A و B

(ب) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون علما أنها تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجدا أرقام الكرات المسحوبة

(أ) ما هي قيم المتغير X و حدد قانون احتمال X

(ب) أحسب $E(X)$ و $V(X)$

تمرين

الفضاء (ξ) منسوب إلى معلم متعامد ممظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر في الفضاء النقط $A(2,1,0)$; $B(1,2,2)$

و $C(3,3,1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω و مماسة للمستوى (ABC)

(1) (أ) حدد إحداثيات المتجهة $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC

(ب) بين ان معادلة المستوى (ABC) تكتب $x - y + z - 1 = 0$

(2) أحسب المسافة $d = d(\Omega, (ABC))$ ثم أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S)

(3) (أ) حدد تمثيلا برامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC)

(ب) استنتج احداثيات نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S)

Pr : AZIZ HALIB

تمرين

Pr : AZIZ HALIB

(I) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $Z^2 - 4Z + 8 = 0$ (II) المسوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط $A ; B ; C ; D$ التي ألحفاهما على التوالي $a = -1 + i$ ، $b = -1 - i$ ، $c = 2i$ ، و $d = 2 - 2i$ (1) أحسب $\frac{c-b}{d-b}$ و $\frac{c-a}{d-a}$ ثم استنتج طبيعة كل من المثلثين ACD ; BCD (2) بين أن النقط $A ; B ; C ; D$ تنتمي إلى نفس الدائرة (Γ) محددًا مركزها وشعاعها

مسألة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x(e^x - 1)^2$ و ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{ cm}$ الجزء (1) (أ) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (ب) بين أن المستقيم $y = x$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $-\infty$ (ج) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$ (2) (أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وأن $f'(x) = (e^x - 1)(e^x - 1 + 2xe^x)$ (ب) تحقق أن $f'(0) = 0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة(3) (أ) بين أن $(\forall x > 0) e^x - 1 + 2xe^x > 0$ وأن $(\forall x < 0) e^x - 1 + 2xe^x < 0$ (ب) استنتج أن f تزايدية قطعًا على \mathbb{R} ثم ضع جدول التغيرات(4) (أ) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم $y = x$ (Δ)

(ب) أرسم المنحنى (C) (نعطي (C) يقبل نقطتي انعطاف افصولاهما 0 و -2,3)

(5) (أ) بين أن f تقبل دالة عكسية g محددًا مجموعة تعريفها(ب) حل في \mathbb{R} المعادلة $g(x) = x$ (ج) أرسم في المعلم السابق المنحنى (C^1) للدالة g الجزء (2) لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 = -1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ (1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) -1 \leq U_n < 0$ (2) أدرس رقابة المتتالية $(U_n)_n$ (3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتهاالجزء (3) لتكن S مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمتين (C^1) ، $x = 0$ و $x = \ln 2$ (1) (أ) بين أن $x \rightarrow \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow xe^{2x}$ و استنتج قيمة التكامل $I = \int_0^{\ln 2} xe^{2x} dx$ (ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_0^{\ln 2} 2xe^x dx = -2 + 4 \ln 2$ ثم استنتج ب cm^2 المساحة S