FICHE 4.9 : RÉSOLUTION GRAPHIQUE D'UNE ÉQUATION

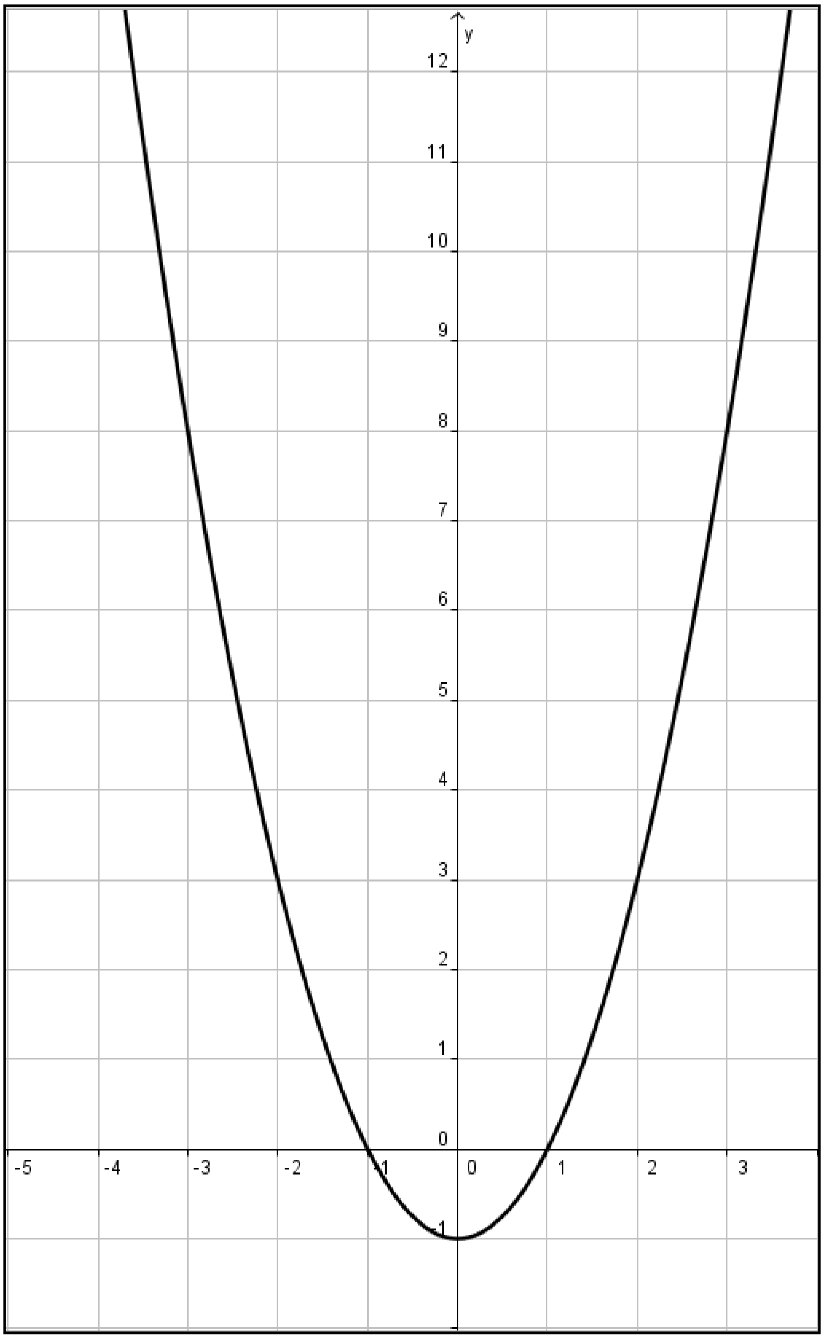
Très souvent, dans l'univers de l'analyse et des fonctions, tu seras amené(e) à résoudre une équation **de manière graphique**. Bien souvent, les étudiants pensent qu'alors, ils doivent entourer ou colorier quelque chose sur le graphe. Pas du tout !

Résoudre une équation graphiquement signifie que tu as le droit de te baser sur le graphe donné pour proposer une réponse. Mais la réponse n'est pas un dessin : elle doit être formulée de manière claire et précise.

Soit $f(x) = x^2 - 1$

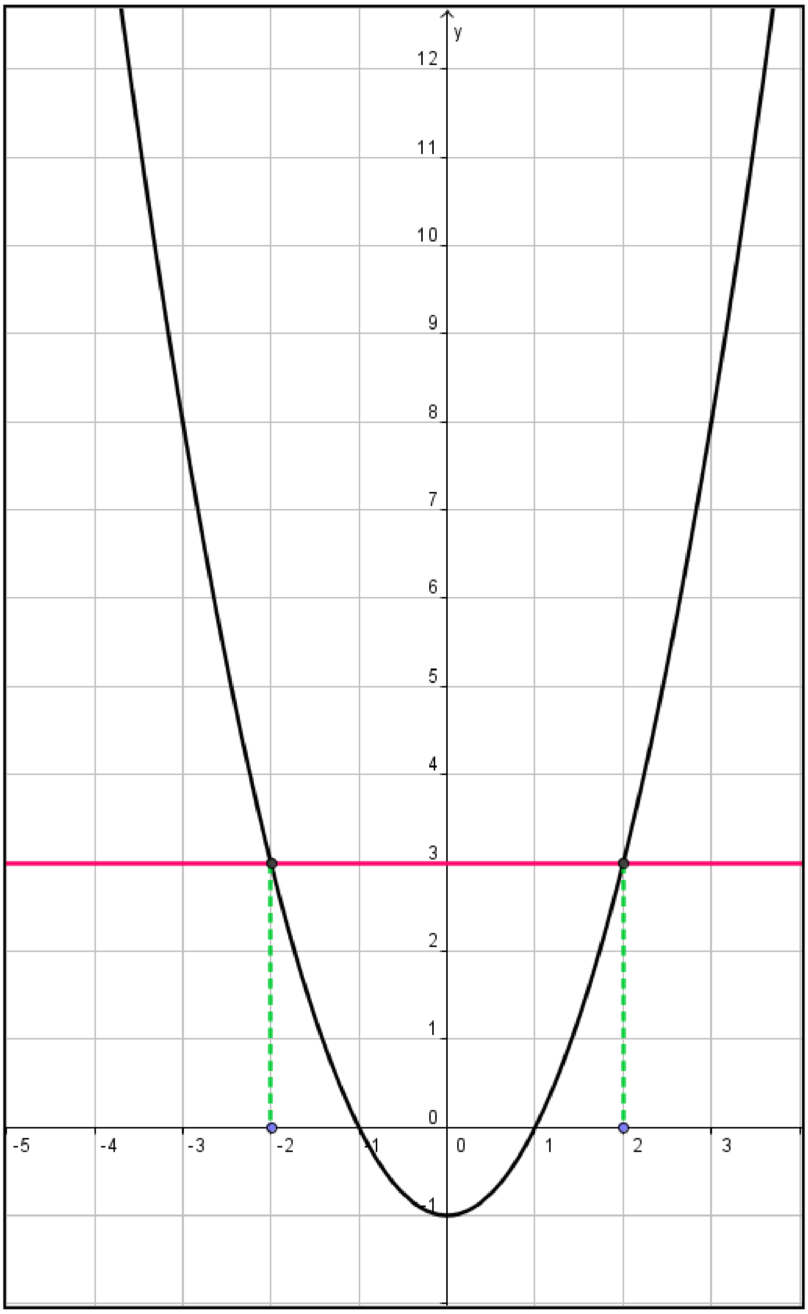
Résous graphiquement
$f(x) = 3$

signifie qu'on te demande de trouver le ou le(s) point(s) dont l'image égale 3.



Pour résoudre l'équation proposée et pour être certain de n'oublier aucune solution,

- tu traces d'abord une droite horizontale à une « hauteur » de 3 *(car tu résous f(x) = 3)*
- tu regardes s'il y a des points d'intersection avec la fonction.
- tu donnes l'abscisse des points d'intersection comme solution de l'équation proposée.



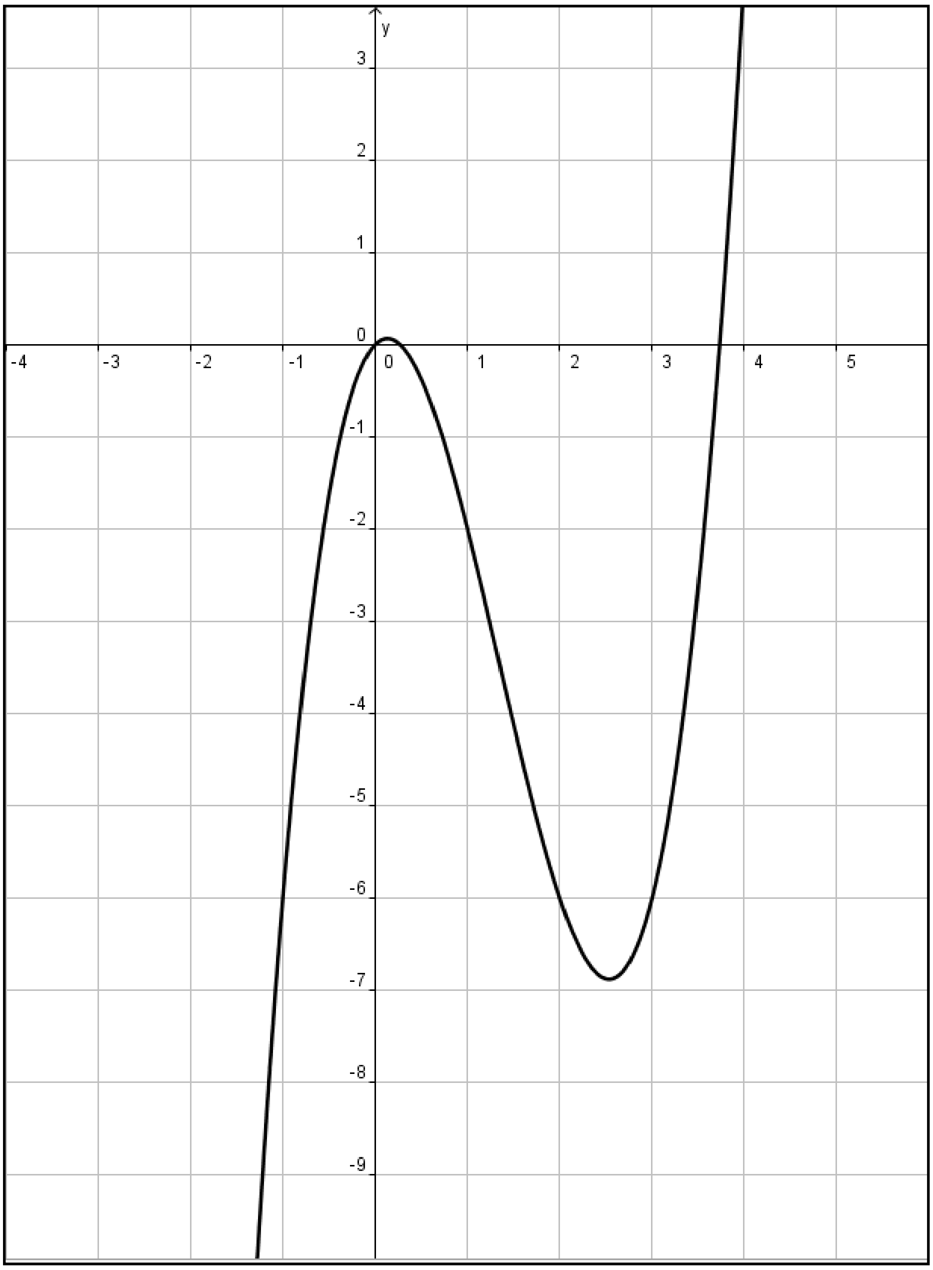
Ainsi la solution de l'équation f(x) = 3 est **S = {-2, 2}**

On dit que tu as résolu l'équation de manière graphique car tu as utilisé le graphe pour répondre. Tu n'as fait aucun calcul.

Bien entendu, même si souvent, ton professeur te demandera de résoudre une équation dont les réponses sont lisibles facilement (c'est-à-dire que ce sont des entiers, comme dans l'exemple précédent), il est tout à fait possible de devoir donner parfois des réponses approximatives.

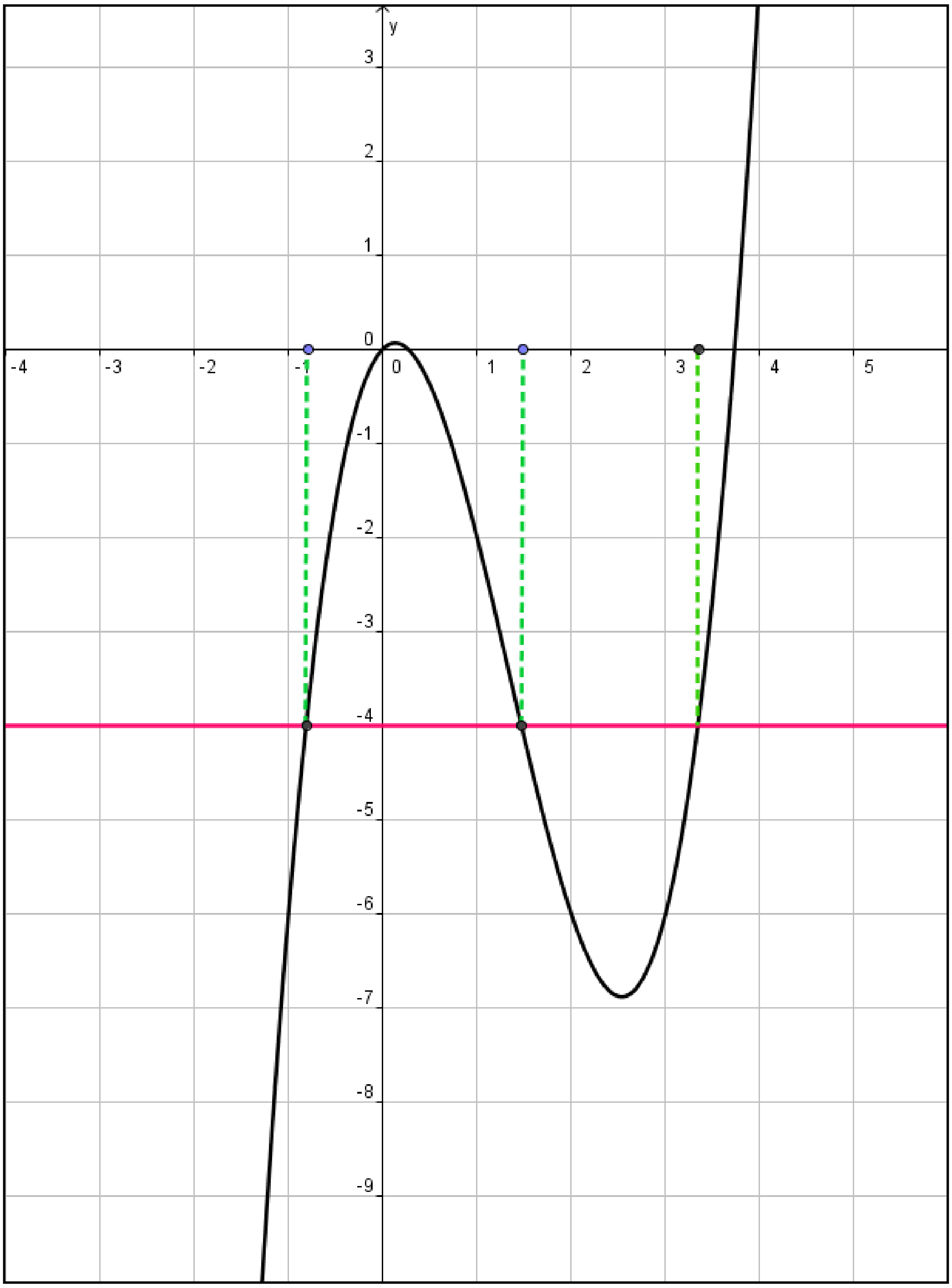
Soit à résoudre graphiquement l'équation f(x) = - 4.

À titre purement informatif, l'expression analytique de f(x) est $x^3 - 4x^2 + x$.



L'algorithme de résolution (le procédé) est toujours identique

- tu traces d'abord une droite horizontale à une « hauteur » de -4 *(car tu résous f(x) = - 4)*
- tu regardes s'il y a des points d'intersection avec la fonction.
- tu donnes l'abscisse des points d'intersection comme solution de l'équation proposée.



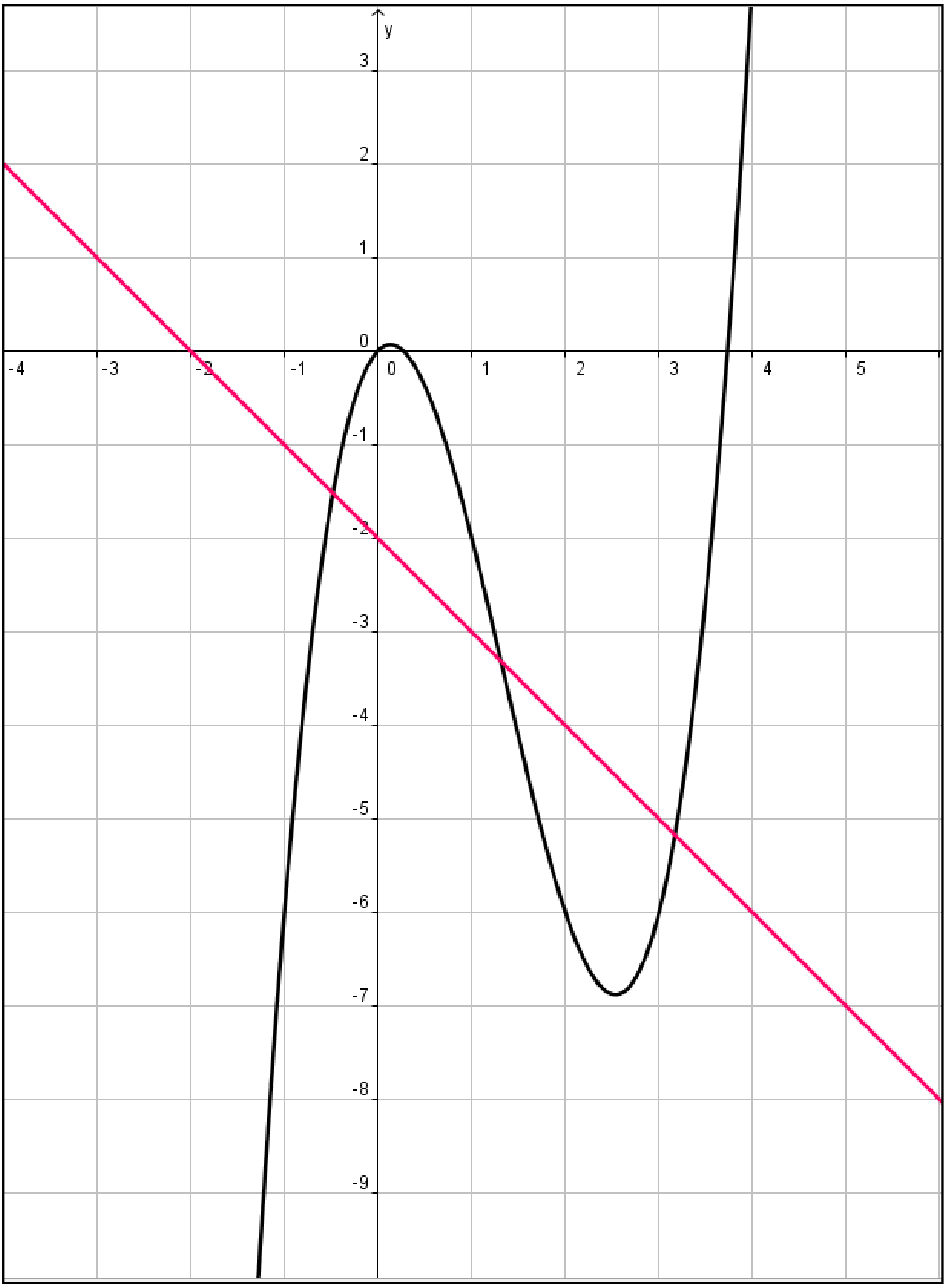
Comme tu l'auras sans doute remarqué, les abscisses des points d'intersection ne sont pas des nombres naturels. Tu es donc obligé de donner une estimation des solutions. Voici donc une réponse plausible.

S = {(- 0,8) ; (1,5) ; (3,2)}

Seule une **résolution algébrique** de cette équation (c'est-à-dire par calculs) te permettrait de déterminer l'ensemble des solutions exactes qui est **S = {(- 0,81) ; (1,47) ; (3,34)}.**

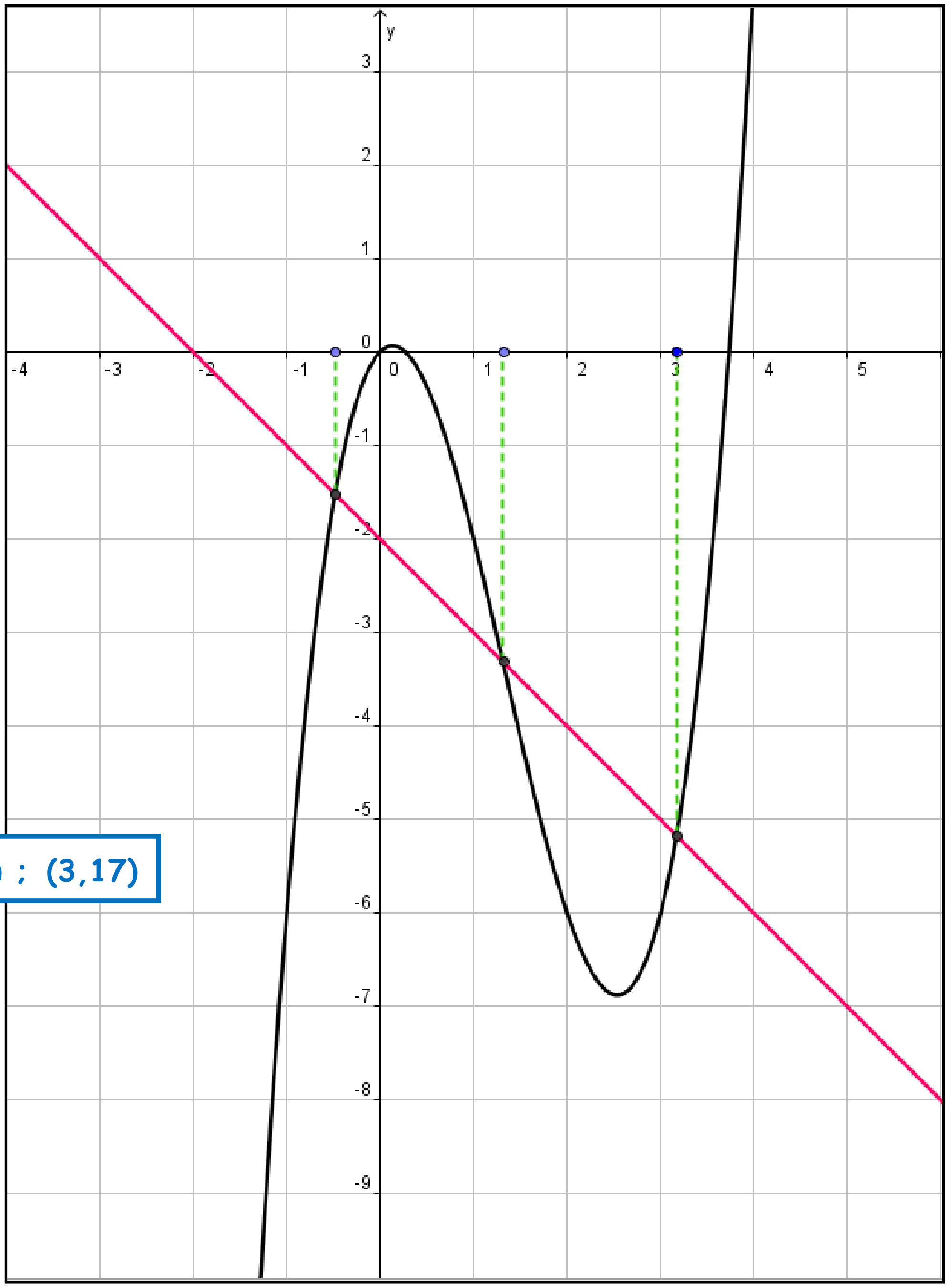
Nous avons ici abordé le cas le plus simple : résoudre une équation égale à un nombre, c'est-à-dire une équation de type $f(x) = a$ avec $a \in \mathbb{R}$.

Mais tu peux aussi être amené à devoir résoudre graphiquement une équation faisant intervenir deux fonctions. Soit $f(x) = x^3 - 4x^2 + x$ et $g(x) = -x - 2$



L'algorithme de résolution est encore plus simple que précédemment ! Il n'y a même plus de droite horizontale à tracer.

- tu regardes s'il y a des points d'intersection entre les fonctions.
- tu donnes l'abscisse des points d'intersection comme solution de l'équation proposée.



S = {(- 0,48) ; (1,31) ; (3,17)}