سلسلة الدوال الأسية

المسألة الأولى

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x)=e^{-2x}+2x-1$$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$
2. أحسب $g'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة g
3. أدرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني

لتكن الدالة f المعرفة ب $f(x)=x+2+(x-1)e^{2x}$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. بين أن $f'(x)=g(x)e^{2x}$ لكل $x\in\mathbb{R}$ و ضع جدول تغيرات الدالة f.
3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$
4. أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$
5. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)
6. بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها α حيث $-2<\alpha<-1$
7. أنشئ (C_f)

المسألة الثانية

الجزء الأول

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $h(x)=e^{-x}+x-1$

1. أحسب $h'(x)$ لكل $x\in\mathbb{R}$ وضع جدول تغيرات h
2. حدد إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=\ln\left(xe^{x}+1\right)$

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و أول هندسيا النتيجة
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3. بين أن $f(x)=x+\ln(x)+\ln\left(\frac{e^{-x}}{x}+1\right)$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{+}\right)$ ثم أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f) عند $+\infty$
4. بين أن $f'(x)=\frac{x+1}{1+h(x)}$ لكل $x\in\mathbb{R}$ و ضع جدول تغيرات الدالة f.
5. حدد معادلة المماس ل(C_f) عند $x_0=0$.
6. أرسم المنحنى (C_f)

الجزء الثالث

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$U_0=-1 \text{ و } U_{n+1}=f(U_n)$$

1. بين أن $-1\le U_n<0$ $(\forall n\in\mathbb{N})$
2. بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تزايدية
3. استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها

المسألة الثالثة

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x)=e^{x}+x+1$$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$
2. أحسب $g'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $-2<\alpha<-1$
4. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=\frac{xe^{x}}{e^{x}+1}$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. بين أن $(\Delta):y=x$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$
3. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)
4. حدد الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $-\infty$
5. بين أن $f'(x)=\frac{e^{x}g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$ لكل $x\in\mathbb{R}$ وضع جدول التغيرات
6. حدد معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الأفصول $x_0=0$
7. بين أن $f(\alpha)=\alpha+1$ ثم أنشئ (C_f)

الجزء الثالث

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=f(U_n), \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن $0<U_n\le 1$ $(\forall n\in\mathbb{N})$
2. بين أن المتتالية (U_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال 3)
3. استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة و حدد نهايتها.

www.physique-maths.com

Pr: AZIZ HALB