Classe : $2^{nde}3$ Le 18/12/2003

Interrogation sur l'ordre

Exercice 1 : (1,5 *points*)

Comparer les nombres : $2\sqrt{3}-3$ et $\sqrt{21-12\sqrt{3}}$.

Exercice 2 : (2 *points*)

x et y sont deux nombres réels tels que : $1 \leq x \leq 4$ et $8 \leq y \leq 10$.

On note A = $\frac{1-x^2}{2}$ et B = $\frac{x-y}{3}$.

Déterminer un encadrement de A, puis un encadrement de B.

Exercice 3 : (3 *points*)

Soient a et b deux réels strictement positifs tels que : $a < b$.

1. Comparer $\frac{3-2a^2}{5}$ et $\frac{3-2b^2}{5}$.

2. Comparer les deux nombres suivants : (on pourra calculer A – B)

$$A = \frac{1}{b}+\frac{1}{a} \quad ; \quad B = \frac{4}{a+b}$$

Exercice 4 : (3,5 *points*)

1. Résoudre l'équation : $|x-1| = 3$.

2. Résoudre l'inéquation : $|x+2| \leq 2$.

3. Traduire à l'aide d'une valeur absolue : $x \in]1 ; 8[$.

Correction de l'interrogation sur l'ordre

Exercice 1:

Les deux nombres sont strictement positifs.

$$(2\sqrt{3}-3)^2=(2\sqrt{3})^2-2\times2\sqrt{3}\times3+3^2=12-12\sqrt{3}+9=21-12\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{21-12\sqrt{3}})^2=21-12\sqrt{3}$$

d'où $(2\sqrt{3}-3)^2=(\sqrt{21-12\sqrt{3}})^2$ donc $2\sqrt{3}-3=\sqrt{21-12\sqrt{3}}$

Exercice 2:

$1\leqslant x\leqslant 4$ et $8\leqslant y\leqslant 10$ et $A=\frac{1-x^2}{2}$; $B=\frac{x-y}{3}$

$1\leqslant x\leqslant 4$

$1\leqslant x^2\leqslant 16$

$-1\geqslant -x^2\geqslant -16$

$0\geqslant 1-x^2\geqslant -15$

$0\geqslant \frac{1-x^2}{2}\geqslant -7{,}5$

Donc $-7{,}5\leqslant A\leqslant 0$

$8\leqslant y\leqslant 10$

$-8\geqslant -y\geqslant -10$

$-10\leqslant -y\leqslant -8$ et $1\leqslant x\leqslant 4$

alors $-9\leqslant x-y\leqslant -4$

Donc $-3\leqslant B\leqslant -\frac{4}{3}$

Exercice 3:

a et b sont deux réels strictement positifs tels que $a < b$

1. $0 < a < b$ d'où $a^2<b^2$ et $-2a^2>-2b^2$

ce qui donne $3-2a^2>3-2b^2$ et donc $\frac{3-2a^2}{5}>\frac{3-2b^2}{5}$

2. $A=\frac{1}{b}+\frac{1}{a}$; $B=\frac{4}{a+b}$

$$A-B=\frac{1}{b}+\frac{1}{a}-\frac{4}{a+b}=\frac{a(a+b)}{ab(a+b)}+\frac{b(a+b)}{ab(a+b)}-\frac{4ab}{ab(a+b)}$$

$$A-B=\frac{a^2+ab+ab+b^2-4ab}{ab(a+b)}=\frac{a^2+b^2-2ab}{ab(a+b)}=\frac{(a-b)^2}{ab(a+b)}$$

or $a > 0$ et $b > 0$, d'où $ab(a+b) >0$ et de plus $(a-b)^2>0$

alors $A-B>0$ donc A > B

Exercice 4:

1. $|x-1|=3$

$|x-1|$ est la distance entre *x* et 1. On veut qu'elle soit égale à 3, donc les solutions de l'équation sont : -2 et 4

2. $|x+2|\leqslant 2$

$|x+2|=|x-(-2)|$, $|x+2|$ représente la distance entre *x* et -2. On veut qu'elle soit inférieure ou égale à 2.

L'ensemble des solutions de l'inéquation est [-4 ; 0].

3. $x \in]1 ; 8[$

Le centre de cet intervalle est $\frac{1+8}{2}=4{,}5$

$4{,}5-1=3{,}5$

donc $x \in]1 ; 8[$ signifie que $|x-4{,}5|<3{,}5$