

سلسلة تمارين درس النهايات و الاتصال

التمرين رقم 1

نعتبر الدالة العددية المعرفة ب :

$$f(x) = x - 1 + \sqrt[3]{x^3 + 1}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 2. بين أن الدالة f متصلة علة مجموعة تعريفها3. تحقق أن لكل a و b من D_f لدينا

$$a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$$

ثم استنتج رتابة الدالة f 4. بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق

$$0 < \alpha < 1 \text{ و } \sqrt[3]{\alpha^3 + 1} = 2 - \alpha$$

5. أحسب $f^{-1}(0)$ و $f^{-1}(1)$ و $f^{-1}(-1)$

التمرين رقم 2

نعتبر الدالة العددية المعرفة ب :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

1. حدد D_f 2. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.3. أحسب $f^{-1}(1)$ 4. حدد تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين رقم 3

نعتبر الدالة العددية المعرفة ب :

$$f(x) = 2 - \sqrt[3]{x^2 - 1}$$

1. حدد D_f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 2. بين الدالة f متصلة علة مجموعة تعريفها3. ليكن g قصور f على $I = [1, +\infty[$ (a) بين أن لكل a و b من $I = [1, +\infty[$ لدينا $a < b \Rightarrow g(a) > g(b)$ ثم استنتج رتابة g على I (b) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.(c) دون استعمال صيغة $g^{-1}(x)$ حدد $g^{-1}([0, 1])$ (d) حدد $g^{-1}(x)$ لكل لكل x من J (e) بين أنه يوجد عدد حقيقي α من $]1, 2[$ يحقق

$$2 - \alpha = \sqrt[3]{\alpha^2 - 1}$$

(f) باستعمال طريقة التفرع الثنائي أعط تائيرا للعدد α سعته 5×10^{-1}

التمرين رقم 4

1. حدد قيمة كل من a و b و c لكي تكون f متصلة

في 3.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 3}, x > 3 \\ f(x) = \frac{ex^2 - 4}{x - 2}, x < 3 \\ f(3) = 2 \end{cases}$$

2. حدد قيمة كل من a و b و c لكي تكون f متصلة

في 1

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x - 1}, x < 1 \\ f(x) = x^2 + b, x \geq 1 \end{cases}$$

التمرين رقم 5

$$f(x) = x - \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}$$

1. تحقق أن $f(x) = x \left[1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right]$ لكل $x > 0$ 2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 3. ليكن x و y من $I = [1, +\infty[$ بحيث $x < y$ قارنبين $f(x)$ و $f(y)$ ثم استنتج رتابة f على I .4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في I .5. بين أن α يحقق $\alpha^3 - 4\alpha^2 - \alpha = 0$ 6. استنتج قيمة α

التمرين رقم 6

$$f(x) = x^3 - x - 1$$

1. أدرس تغيرات الدالة f 2. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α فيمن المجال $]1, 2[$.3. أعط تائيرا للعدد α سعته 0.254. بين أن $(g^{-1})(0) = \frac{1}{3\alpha^2 - 1}$

موقع النجاح في الفيزياء و الرياضيات

التمرين رقم 7

تكن f دالة عددية متصلة على المجال $[0,1]$ حيث
 $f(1)=1$ و $f(0)=0$

$$\exists c \in]0,1[/ f(c) = \frac{1-c}{1+c}$$

التمرين رقم 8

حل المعادلات التالية في \mathbb{R}

$$x\sqrt[3]{x} - 16 = 0$$

$$\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x-1} = 12$$

$$\sqrt[3]{(x+1)^2} + 2\sqrt[3]{(1-x)^2} = \sqrt[3]{1-x^2}$$

$$\sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$$

$$\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{1-x} = 2$$

$$x^6 - 3x^3 - 4 = 0$$

التمرين رقم 9

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]2, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \sqrt{x} - \frac{5}{x-2}$$

1. تحقق من أن الدالة متصلة على المجال $I =]2, +\infty[$

2. بين أن لكل a و b من $]2, +\infty[$ لدينا

$$a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$$

3. بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على

مجال J ينبغي تحديده.

4. استنتج أن المعادلة $\sqrt{x} = \frac{5}{x-2}$ تقبل حلا وحيدا α

في المجال $]2, +\infty[$ وأن $4 < \alpha < 5$

التمرين رقم 10

احسب النهايات التالية

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\tan x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[4]{x^3 - 7x} - \sqrt{x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x} - \sqrt[6]{x}}$$

التمرين رقم 11

$$f(x) = x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1. حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محددات D_f .

2. أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f) .

3. حدد الوضع النسبي ل (C_f) و المستقيم (Δ) ذو

$$. y = x - 2$$

4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة في 0 ثم أول النتيجة هندسيا.

5. أحسب $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات f .

6. بين أن C_f يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة

$$. \alpha \in \left]2, \frac{5}{2}\right[$$

7. بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال

$$J \text{ يجب تحديده نحو المجال } I =]1, +\infty[. \text{ أرسم } C_f \text{ و } C_f^{-1}.$$

التمرين رقم 12

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^3 - 1} \text{ نعتبر الدالة } f \text{ حيث :}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2. أحسب نهايات الدالة عند محددات D_f .

3. أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f .

4. أحسب الدالة المشتقة ل f و ضع جدول تغيرات الدالة.

5. حدد تقاطع (C_f) مع محوري المعلم.

6. أرسم (C_f) في معلم متعامد منظم.

7. تحقق أن $f(x) = 2 + \frac{2}{x^3 - 1}$ لكل x من المجال

$$. I =]1, +\infty[$$

8. بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال

$$. J \text{ يجب تحديده نحو المجال } I =]1, +\infty[.$$

9. أعط جدول تغيرات الدالة f^{-1} .

10. حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من المجال J . ثم أرسم في نفس

$$. C_f^{-1} \text{ المعلم السابق } C_f.$$

موقع النجاح في الفيزياء و الكيمياء و الرياضيات

www.physique-maths.com