

Arithmétique dans IN

Exercice 1 :

① - Calculer les expressions suivantes :

$$A = 4\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{97-56\sqrt{3}} \quad ; \quad B = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^3 \quad ; \quad C = \left(\frac{\sqrt{7}+3}{2}\right)^3 - \left(\frac{\sqrt{7}-3}{2}\right)^3$$

② - Calculer la somme : $S = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

Exercice 2 :

① - a - Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : $a = 119700$ et $b = 74100$.

b - Déterminer : $a \wedge b$ et $a \vee b$.

c - Calculer le nombre : $\frac{a}{b} \sqrt{ab}$.

② - Résoudre dans \mathbb{N}^2 l'équation : $x^2 - y^2 = 21$.

③ - Prouver que le nombre $X = 2n^2 + 7n + 6$ est divisible par $n+2$ pour tout n entier naturel.

Exercice 3 :

① - Résoudre dans \mathbb{N}^2 l'équation : $xy + x - 2y = 8$.

② - On pose : $x = 2^n \times 3^4 + 2^n$ et $y = 3^n \times 2^4 + 3^n$

a - Vérifier que : $x = 2^{n+1} \times 41$ et $y = 3^n \times 17$.

b - Etudier la parité de x et y .

c - Déterminer : $x \wedge y$ et $x \vee y$.

d - Montrer que $(x - 2^n)(y - 3^n)$ divisible par 1296.

Exercice 4 :

On pose : $x = 3 - \sqrt{5}$ et $y = 3 + \sqrt{5}$ et $A = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

① - Vérifier que : $x < y$.

② - Calculer : $x + y$, xy et A^2 .

③ - Déduire la valeur de A .

④ - Montrer que : $x^2 + y^2 = 28$.

⑤ - Montrer que : $x^3 + y^3 \in \mathbb{N}$.

Exercice 5 :

soient a et b deux nombres réels tel que : $|a-3| \leq 2$ et $|2b+1| \leq 2$.

① - Montrer que : $a \in [1, 5]$ et $b \in \left[\frac{-3}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

② - Encadrer $2a - b$ et $\frac{b}{a}$.

③ - Réduire l'expression : $A = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(2b-1)^2}$.