

$$\begin{cases} f(x) = x(3-2\sqrt{x}) & ; x \geq 0 \\ f(x) = x - 2 + 2\sqrt{1-x} & ; x < 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

1. بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي \mathbb{R}
2. بين أن الدالة f متصلة في 0
3. أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في 0
ب) أول النتيجة المحصل عليهما هندسيا
4. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
ب) أدرس الفرع اللانهائي ل C_f بجوار $+\infty$
5. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
ب) بين أن C_f يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه المستقيم (D) ذو معادلته $y = x$ بجوار $-\infty$
6. أ) بين أن $\forall x \in]0; +\infty[\quad f'(x) = \frac{3(1-x)}{1+\sqrt{x}}$
ب) بين أن $\forall x \in]-\infty; 0[\quad f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x}(\sqrt{1-x}+1)}$
ج) أعط جدول تغيرات الدالة f على D_f
7. أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و المستقيم (D) على $]0; +\infty[$
8. أ) حدد معادلة المماس ل C_f عند النقطة $A(\frac{9}{4}; 0)$
ب) أحسب $f(4)$ و $f(-3)$
ج) أرسم C_f منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم
9. ليكن g قصور الدالة f على $]1; +\infty[$
أ) بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J ينبغي تحديده
ب) أعط جدول تغيرات الدالة g^{-1}
ج) أحسب $(g^{-1})'(-4)$
ذ) أرسم $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم
10. لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي $\forall x \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = f(U_n)$ و $U_0 = \frac{1}{2}$
أ) بين أن $0 < U_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
ب) بين أن (U_n) تزايدية قطعاً
ج) استنتج أن (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها