

$$\begin{cases} f(x) = x - 2 + 2\sqrt{3-x} & ; x \leq 3 \\ f(x) = x - 2 + \sqrt{x^2 - 3x} & ; x > 3 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية  $f$  للتغير الحقيقي  $x$  المعرفة ب :

**الجزء الأول :**

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. أ) بين أن  $f$  متصلة في 3  
ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في العدد 3 ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة
3. أ) بين أن لكل  $x$  من  $]3; +\infty[$  :  $f'(x) = 1 + \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}$   
ب) بين أن لكل  $x$  من  $]-\infty; 3[$  :  $f'(x) = \frac{2-x}{\sqrt{3-x}(\sqrt{3-x}+1)}$
- ج) بين أن  $\forall x \in ]3; +\infty[$   $f'(x) > 0$  ثم ضع جدول تغيرات  $f$  على  $D_f$
4. أ) بين أن  $C_f$  منحنى الدالة  $f$  يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه المستقيم الذي معادلته  $y = x$  بجوار  $-\infty$   
ب) بين أن المستقيم ذو المعادلة  $y = 2x - \frac{7}{2}$  مقارب مائل لـ  $C_f$  بجوار  $+\infty$
5. أحسب  $f(-1)$  و  $f(-6)$  ثم أرسم  $C_f$  في معلم متعامد ممنظم

**الجزء الثاني :**

- ليكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على  $]-\infty; 2]$
1. بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  ينبغي تحديده
  2. اعط جدول تغيرات  $g^{-1}$
  3. أرسم في نفس المعلم  $C_{g^{-1}}$
  4. بين أن  $\forall x \in J$   $g^{-1}(x) = x - 2\sqrt{2-x}$

**الجزء الثالث :**

- نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة ب :  $U_0 = 0$  و  $\forall n \in \mathbb{N}$   $U_{n+1} = g(U_n)$
1. بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}$   $-1 \leq U_n \leq 2$
  2. بين أن  $(U_n)$  رتبية ثم استنتج أنها متقاربة
  3. حدد نهاية  $(U_n)$