

التمرين الأول:

① - حل المعادلة التفاضلية : $y'' - 2y' + y = 0$: (E). 0,25

② - حدد الحل f للمعادلة (E) الذي يحقق : $\int_0^1 f(x)dx = 3e + 1$ و $\int_0^2 f(x)dx = 7e^2 + 1$. 1

التمرين الثاني:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة $A(1, -1, 1)$ و $B(-1, 2, 3)$ و $C(2, 0, 5)$.

① - أ - حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ ، ثم إستنتج أن النقطة A و B و C غير مستقيمة 0,5

ب - حدد معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) . 0,25

② - لتكن (S) الفلكة المعرفة بالمعادلة الديكرتية التالية :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 2 = 0$$

أ - حدد إحداثيات النقطة Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R . 0,5

ب - أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (ABC) . 0,25

ج - إستنتج أن المستوى ABC يقطع الفلكة (S) وفق دائرة محدد مركزها و شعاعها. 0,75

③ - ليكن (Q) المستوى المعرف بالمعادلة الديكرتية التالية : $x + y + z - 1 = 0$.

أ - بين أن المستويين (ABC) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) . 0,5

ب - تحقق أن : $A \in (\Delta)$. 0,25

ج - إستنتج تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) . 0,5

التمرين الثالث:

① - أ - حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - z + 1 = 0$ ؛ 0,5

ب - تحقق أن : $(\forall z \in \mathbb{C}) : z^3 + 1 = (z + 1)(z^2 - z + 1)$. 0,25

ج - إستنتج حلول المعادلة $z^3 + 1 = 0$. 0,25

② - نعتبر في المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطة A و B و C التي أحاقها على التوالي a و b و c بحيث : $a = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $b = -1$ و $c = -1$.

أ - حدد معيار وعمدة العدد العقدي $\frac{a+1}{b+1}$. 0,75

ب - إستنتج قياس الزاوية الموجهة $(\overline{CB}; \overline{CA})$ ، ثم حدد طبيعة المثلث ABC . 0,5

③ - ليكن h التحاكي الذي مركزه O ونسبته $-\frac{1}{2}$.

أ - حدد الكتابة العقدية لتحاكي h . 0,5

- ب- حدد لحق النقطة I منتصف $[BC]$. 0,25
 ج- بين أن I هي صورة النقطة A بالتحاكي h . 0,5

التمرين الرابع:

الجزء 1:

- تكن u الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $u(x) = 2 + x - e^x$.
 ① - أحسب $u'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم أدرس تغيرات الدالة u . 0,5
 ② - بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حلين α و β على \mathbb{R} ، وأن $-1 < \alpha < -2$ و $1 < \beta < 2$. 0,5
 ③ - استنتج إشارة الدالة u على \mathbb{R} . 0,75

الجزء 2:

- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = xe^x + 1$.
 ① - أحسب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم أدرس تغيرات الدالة g . 0,5
 ② - استنتج أن : $g(x) > 0$: $(\forall x \in \mathbb{R})$. 0,25

الجزء 3:

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \ln(xe^x + 1) - x$.
 ① - حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . 0,25
 ② - أ- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. 0,25
 ب- تحقق أن $f(x) = \ln\left(\frac{1}{xe^x} + 1\right) + \ln x$: $(\forall x \in]0, +\infty[)$ ، ثم استنتج النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 0,5
 ③ - أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} . 0,75
 ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول التغيرات. 0,5
 ④ - أ- أحسب $f''(x)$ لكل x من \mathbb{R} . 0,5
 ب- استنتج تقع المنحنى (C_f) ثم حدد نقطتي انعطاف المنحنى (C_f) . 0,5
 ⑤ - أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادته $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$. 0,5
 ب- بين أن $f(x) + x \leq 0$: $(\forall x \in]-\infty; 0])$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . 0,5

- ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$. 0,5

- ⑥ - أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) في م.م.م.م $(0; \vec{i}; \vec{j})$. (نقبل أن $f(x) < x$: $(\forall x > 0)$) . 0,75
 (نعطي : $f(\alpha) \approx 1,5$ و $f(\beta) \approx 0,4$) .

الجزء 4:

- تكن h قصور الدالة f على المجال $I =]-\infty; 0]$.
 ① - بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} على مجال J ينبغي تحديده . 0,25
 ② - أنشئ في نفس المعلم $(0; \vec{i}; \vec{j})$ منحنى الدالة h^{-1} . 0,25

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) : \text{المعرفة بما يلي}$$

① - بين أن : $0 \leq u_n \leq 1$: $(\forall n \in \mathbb{N})$ 0,5

② - بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية . 0,25

③ - استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها . 0,75

التمرين الخامس :

يحتوي صندوق U_1 على خمس كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 5 ويحتوي صندوق U_2 أربع كرات خضراء مرقمة من 1 إلى 4 ، لا يمكن التمييز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_1 ثم نسحب كرة واحدة من الصندوق U_2 ونسجل رقميهما .

① - أحسب احتمال الأحداث التالية :

A : " الحصول على رقمين زوجيين "

B : " الحصول على رقمين فرديين "

C : " الحصول على رقمين أحدهما فردي و الآخر زوجي "

② - ليكن X المتغير العشوائي المعرف كما يلي :

X يساوي رقم الكرة الحمراء إذا كان رقما الكرتين المسحوبتين زوجيين .

X يساوي رقم الكرة الخضراء إذا كان رقما الكرتين المسحوبتين فرديين .

X يساوي أكبر رقمي الكرتين المسحوبتين إذا كان أحدهما فردي و الآخر زوجي .

أ - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X ؟ 0,75

ب - أحسب الأمل الرياضي $E(X)$. 0,25

زوروا موقع النجاح في الفيزياء و الرياضيات

www.physique-maths.com