

**Exercice 1 :**

Soit  $x \in \mathbb{R}$  on pose :

$$A(x) = \cos 3x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \cos^3 x + 2 \cos x$$

① - Calculer :  $A(0)$  ;  $A(\pi)$  ;  $A\left(\frac{\pi}{2}\right)$  ;  $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$

② - Montrer que

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : A(x) = \cos x (-2 \sin^2 x + \sin x + 1)$$

③ - Résoudre dans l'intervalle  $]-\pi; \pi]$  l'équation

$$A(x) = 0, \text{ puis l'inéquation } A(x) < 0.$$

**Exercice 2 :**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2 - (\sqrt{3} \cos x + \sin x)}{\sqrt{3} \sin x - \cos x}$$

① - a - Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right).$$

b - Déduire  $D_f$  le domaine de définition de la fonction  $f$ .

② - a - Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : 2 - (\sqrt{3} \cos x + \sin x) = 4 \sin^2 \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right).$$

b - Déduire que :

$$(\forall x \in D_f) : f(x) = \tan \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right).$$

③ - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $|f(x)| \leq 1$ .

**Exercice 3 :**

① - a - Résoudre dans l'intervalle  $\left[ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$

$$\text{l'équation : } \sin \left( \frac{\pi}{8 \sin^2 x} \right) = \frac{1}{2}$$

b - Résoudre dans l'intervalle  $\left[ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$

$$\text{l'inéquation : } 1 \leq \sqrt{1 - \cos 2x} < 2.$$

② - Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réel appartiennent à l'intervalle  $]0; 1[$ . Montrer que

$$(\forall (p; q) \in \mathbb{Z}^2) : (a + p = b + q) \Leftrightarrow (a = b \text{ et } p = q)$$

③ - Déduire les solutions de l'équation

$$(E) \text{ dans l'intervalle } \left[ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right].$$

$$(E) : \sin \left( \frac{\pi}{8 \sin^2 x} \right) + \sqrt{1 - \cos 2x} = \frac{3}{2}$$

**Exercice 4 :**

Calculer les limites suivantes :

① -  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} - 2017x + 2017}{x^{16} + x^{14} - 2}$

② -  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{x - \pi} \left( \sqrt{\frac{4 \cos^2 x}{2 + \cos x}} - 2 \right)$

③ -  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} + \sqrt{x+1} - 5}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+13} - 5}$

④ -  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x^2)^n}{(1-x)(1-x^2) \dots (1-x^n)}$

⑤ -  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(2E(x))}{x}$  --- ⑥ -  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{x - 1}$

⑦ -  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x + 3} + \sqrt{4x^2 - 6x + 1} + 3x$

⑧ -  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$

**Exercice 5 :** Soit  $f$  la fonction définie par

$$f_m(x) = \frac{x + m}{|x - m| + m}$$

① - Déterminer  $D_{f_m}$ .

② - Déterminer les limites de  $f_m$  aux extrémités de  $D_{f_m}$  suivant les valeurs de  $m$ .

**Exercice 6 :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = xE\left(\frac{1}{x}\right)$

① - Déterminer :  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

② -  $f$  est-il admet une limite en 0.