

Exercice 1 :

Soit x un nombre réel d'un segment fermé de centre $-\frac{7}{2}$ et de rayon $\frac{3}{2}$.

- ① - Vérifier que $-5 \leq x \leq -2$.
- ② - sachant que $y \in [2;5]$, Déterminer une valeur approchée du nombre $\frac{x}{y}$ à $\frac{21}{20}$ près.

Exercice 2 :

Soit x un nombre réel tel que $0 < x < 1$.

On pose : $A = \frac{1+\sqrt{x}}{2}$

- ① - Montre que : $A-1 = \frac{x-1}{2(1+\sqrt{x})}$.
- ② - Montre que : $\frac{1}{2(1+\sqrt{x})} < \frac{1}{2}$.
- ③ - Déduire que : $|A-1| < \frac{1}{2}|x-1|$.
- ④ - Donner une approximation du nombre $\frac{1+\sqrt{0,8}}{2}$ à 10^{-1} près.

Exercice 3 :

Soit x un nombre réel tel que $1 \leq x \leq 3$.

- ① - Montrer que : $-1 \leq x^2 - 2x \leq 3$.
- ② - Montrer que : $\frac{1}{2} \leq \frac{3}{x^2 - 2x + 3} \leq \frac{3}{2}$.
- ③ - Déduire que : $\left| \frac{3}{x^2 - 2x + 3} - 1 \right| \leq \frac{1}{2}$.

Exercice 4 :

Soit a un nombre réel strictement positif.

- ① - Montrer que : $1+a+\sqrt{1+2a} > 2$.
- ② - Vérifier que : $|\sqrt{1+2a} - (1+a)| = \frac{a^2}{\sqrt{1+2a} + (1+a)}$.
- ③ - En déduire que : $|\sqrt{1+2a} - (1+a)| < \frac{a^2}{2}$.

- ③ - Déterminer une valeur approchée du nombre $\sqrt{1,4}$ avec la précision 2×10^{-2} .

Exercice 5 :

Soit x un nombre réel strictement positif.

On pose : $A = \sqrt{x^2+1} - x$ et $B = \sqrt{x^2+1} + x$.

- ① - Montre que : $A > 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.
- ② - En déduire que : $B > 2x$.
- ③ - Calculer $A \times B$, puis en déduire que $A < \frac{1}{2x}$.
- ④ - Démontrer que $x < \sqrt{x^2+1} < x + \frac{1}{2x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$.
- ⑤ - Donner un encadrement du nombre $\frac{\sqrt{122}}{3}$ avec amplitude $\frac{1}{66}$.

Exercice 6 :

Soient a et b deux nombres réels tel que :

$|2a-1| \leq \frac{1}{2}$ et $b \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$. On pose $x = \frac{4a+3b}{3(1-b)}$.

- ① - Montre que : $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{3}{4}$.
- ② - Donner un encadrement des nombres suivant $4a+3b$ et $3(1-b)$.
- ③ - Déduire que : $\frac{1}{3} \leq x \leq 5$.
- ④ - Donner une approximation du nombre x à $\frac{7}{3}$ près.
- ⑤ - Déterminer la valeur du nombre $A = |3x-4a+2| + |3x-4a-14|$.

Exercice 7 :

Soient a et b deux nombres réels tel que :

$|a| < 1$ et $|b| < 1$.

Comparer les réels : $|a+b|$ et $|1+ab|$.