l'ordre dans l'ensemble IR

Tronc commun

Exercice 1 :

Soient a et b deux nombres réels tels que :
$|2a-b| \prec 3$ *et* $2 \prec b \prec 5$.

① *- Montre que* $\frac{-1}{2} \prec a \prec 4$?

② *- Donner un encadrement des nombres suivant :* $x = 2a-b$, $y = a^2+b^2$ *et* $z = ab$.

③ *- a – Développer* $(2a-b)(2b-a)$.

b – Montre que : $\left|5ab-2\left(a^2+b^2\right)\right| \prec \frac{63}{2}$.

Exercice 2 :

Soient x et y deux nombres réels appartiennent à l'intervalle $\left[0;\frac{1}{3}\right]$.

on pose : $A = x+y-6xy$

① *- Montre que* $\left|\frac{1}{2}-3x\right| \le \frac{1}{2}$ *et* $\left|2y-\frac{1}{3}\right| \le \frac{1}{3}$?

② *- vérifier que :* $\left|A-\frac{1}{6}\right| = \left|2y-\frac{1}{3}\right|\left|\frac{1}{2}-3x\right|$.

③ *- En déduire que :* $A \in \left[0;\frac{1}{3}\right]$.

Exercice 3 :

① *- soit a une approximation de* $\frac{2}{3}$ *par excès à* 2×10^{-1} *près. Montre que* $\frac{2}{3} \le a \le \frac{13}{15}$?

② *- Donner un encadrement du nombre* $\frac{a}{a-1}$,

En déduire que : $\left|\frac{a}{a-1}\right| \le \frac{13}{2}$.

③ *- soit b un nombre réel tel que:* $\left|\frac{3b+1}{3a}\right| \le \frac{1}{13}$

a – Montre que : $-\frac{2}{5} \le b \le -\frac{4}{15}$.

b – Donner un encadrement du nombre $\frac{a}{b}$.

Exercice 4 :

① *- Soit a un nombre réel tel que :* $a \in [0;1]$.

Montre que : $\frac{1}{a+1} \in \left[\frac{1}{2};1\right]$.

② *- Soient a et b deux nombres réels appartiennent à l'intervalle* $[0;1]$.

Montre que : $\left|\frac{1}{a+1}-\frac{1}{b+1}\right| \le |a-b|$.

③ *- sachant que :*

$$0,866 \prec \frac{\sqrt{3}}{2} \prec 0,867 \text{ et } 0,707 \prec \frac{\sqrt{2}}{2} \prec 0,708$$

a – Donner une approximation d'amlitude à 2×10^{-3} *par défaut et par exès de* $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

b – En déduire que : $\left|\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}-\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}+1}\right| \prec 0,2$

Exercice 5 :

Soit x un nombre réel tel que : $x \in [1;+\infty[$.

① *- vérifier que :* $x+\sqrt{x}-2 = \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)$

② *- Montre que :* $0 \le \sqrt{x}-1 \le \frac{1}{2}(x-1)$.

③ *- a – Montre que :*

$$\frac{1}{\sqrt{x}}-\left(1-\frac{1}{2}(x-1)\right) = \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}\left(x+\sqrt{x}-2\right).$$

b – En déduire que :

$$\frac{1}{\sqrt{x}}-\left(1-\frac{1}{2}(x-1)\right) = \left(\sqrt{x}-1\right)^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

④ *- On suppose que* $x \in [1,1+r]$ *tel que* $r \in \mathbb{R}_+^*$

a – Montre que : $\left(\sqrt{x}-1\right)^2 \le \frac{r^2}{4}$ *et* $\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{x}} \le \frac{3}{2}$.

b – En déduire que $\left|\frac{1}{\sqrt{x}}-\left(1-\frac{1}{2}(x-1)\right)\right| \le \frac{3r^2}{4}$

⑤ *- Donner la valeur approchée du nombre* $\frac{1}{\sqrt{1,0004}}$ *près à* 6×10^{-8}.