

**Exercice 1 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - (x-3)(x+2) &= 0 ; \textcircled{2} - (x^2 - 3x^3)^{2016} = 0 \\ \textcircled{3} - \frac{(x-1)(2-x)}{x^2-1} &= 0 ; \textcircled{4} - \frac{x^2-2x}{x-2} = 4 \\ \textcircled{5} - \frac{x-3}{x+3} &= \frac{x-1}{x-3} ; \textcircled{6} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-3}{x-2} . \end{aligned}$$

**Exercice 2 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - |x+2| &= 3 ; \textcircled{2} - |x-5| + 5 = 0 \\ \textcircled{3} - |x-1| &= |2x+3| ; \textcircled{4} - |x| + |x-1| + |x+2| = 5 . \end{aligned}$$

**Exercice 3 :**Soit  $m$  un paramètre réel. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - mx + 2 &= x - 1 ; \textcircled{2} - \frac{x+m}{x-m} = \frac{x-m}{x+m} \\ \textcircled{3} - \frac{2x-1}{x-m} &= m . \end{aligned}$$

**Exercice 4 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - (x+2)^2 - 9 &= 0 ; \textcircled{2} - (x-5)^2 = (x+3)^2 \\ \textcircled{3} - (x-1)^2 + (x+1)^2 &= 0 ; \\ \textcircled{4} - (x^2 - 6x + 1)^2 - (x^2 + 5x - 1)^2 &= 0 ; \\ \textcircled{5} - \frac{\frac{2x-1}{x+2} - x}{x(x-2) + 2} &= 0 ; \textcircled{6} - \frac{x^2}{9} - \frac{2x}{3} + 1 = 0 . \end{aligned}$$

**Exercice 5 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - x^2 + 6x + 5 &= 0 ; \textcircled{2} - x^2 + 7x + 12 = 0 \\ \textcircled{3} - x^2 - 12x - 63 &= 0 ; \textcircled{4} - 2x^2 - 8x - 10 = 0 \\ \textcircled{5} - x^2 - 6x + 9 &= 0 ; \textcircled{6} - x^2 + 2x + 3 = 0 . \\ \textcircled{7} - 4x^2 - 2(\sqrt{5} + \sqrt{6})x + \sqrt{30} &= 0 \\ \textcircled{8} - x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} &= 0 \end{aligned}$$

**Exercice 6 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - -\frac{1}{2}(1-2x) &\leq x + \frac{1}{3} ; \\ \textcircled{2} - 1 - \frac{1-x}{3} + 2x &\geq \frac{1+x}{2} ; \\ \textcircled{3} - x(x-2) &> 0 ; \textcircled{4} - (x^2-9)(x+2) < 0 \\ \textcircled{5} - \frac{x^3+3}{x-1} &\leq 0 ; \textcircled{6} - \frac{x^2-4x}{x(x+1)} > 0 . \end{aligned}$$

**Exercice 7 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - |x-3| &\leq 2 ; \textcircled{2} - |x-3| + 22 > 0 \\ \textcircled{3} - |2x-3| &\geq 4 ; \textcircled{4} - 1 < |x-2| \leq 7 \\ \textcircled{5} - |x+2| + |x+1| &\geq |2x+3| . \end{aligned}$$

**Exercice 8 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - 2x(1-x) &\leq 0 ; \textcircled{2} - x^2 - 5x + 7 \geq 0 ; \\ \textcircled{3} - x^2 + 4x - 12 &< 0 ; \textcircled{4} - x^2 + x + 1 > 0 \\ \textcircled{5} - \frac{x-1}{x^2+4x-5} &\leq 0 ; \textcircled{6} - \frac{x^2-4x+4}{3x^2+10x-8} \leq 0 . \\ \textcircled{7} - \frac{x-1}{x-2} &\leq \frac{x}{x+1} ; \textcircled{8} - \frac{x^2+x-2}{2x^2+5x-3} \geq 0 . \\ \textcircled{9} - \frac{6x^2-4x-2}{8x^2-5x-3} &\leq 0 ; \textcircled{10} - 1 \leq \frac{(x-2)^2}{(x+1)^2} \leq 4 . \end{aligned}$$

**Exercice 9 :**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - x - 5\sqrt{x} + 4 &= 0 ; \textcircled{2} - x^2 + |x| - 2 = 0 ; \\ \textcircled{3} - x + 3\sqrt{x+1} - 3 &= 0 ; \textcircled{4} - x - 4\sqrt{x-1} - 5 = 0 \\ \textcircled{5} - (x^2+x)^2 + 2(x^2+x) - 8 &= 0 ; \\ \textcircled{6} - \frac{2}{(x^2+1)^2} - \frac{2}{(x^2+1)} + \frac{1}{2} &= 0 . \\ \textcircled{7} - \frac{x^2-5x+6}{x^2-6x+8} + 6\frac{x^2-6x+8}{x^2-5x+6} &= 5 . \end{aligned}$$

### Exercice 10 :

Soit, dans  $\mathbb{R}$ , l'équation

$$(E): x^2 - 3x - \sqrt{3} = 0$$

① - Montrer que l'équation (E) admet deux solutions réelles distinctes  $\alpha$  et  $\beta$ , (sans calculer  $\alpha$  et  $\beta$ ).

② - Calculer :

$$\alpha + \beta, \alpha \times \beta, \alpha^2 + \beta^2, \alpha\beta^2 + \beta\alpha^2, \alpha^3 + \beta^3, \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}, \alpha^4 + \beta^4.$$

### Exercice 11 :

① - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$x^2 - 2mx + 2 - m = 0. m \text{ est paramètre réel.}$$

② - Soit, dans  $\mathbb{R}$ , l'équation

$$(E): x^2 - mx - 4 = 0$$

a - Montrer que l'équation (E) admet deux solutions réelles distinctes  $\alpha$  et  $\beta$  pour tout réel  $m$ .

b - Montrer que :  $\alpha^2 + \beta^2 = m^2 + 8$ .

c - Calculer :  $\alpha^3 + \beta^3$ ,  $\alpha^4 + \beta^4$  et  $\alpha^5 + \beta^5$  en fonction de  $m$ .

### Exercice 12 :

On considère le polynôme suivant :

$$P(x) = 3x^3 + (3\sqrt{2} - 4)x^2 - (4\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}.$$

① - a - Montrer que 1 est une racine de  $P(x)$

b - Déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que :

$$P(x) = (x - 1)Q(x).$$

② - a - Vérifier que :  $\sqrt{19 + 6\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 1$ .

b - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$

③ - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation

$$P(x) \leq 3x(3x - 1)(x - 1).$$

### Exercice 13:

① - a - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$x^2 + 2x - 8 = 0.$$

b - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation

$$\frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - 4} \leq \frac{3}{2}$$

② - On considère le polynôme suivant :

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 22x + 24.$$

a - Montrer que  $P(x)$  est divisible par

$$\left(x - \frac{3}{2}\right).$$

b - Factoriser  $P(x)$  en produit de polynômes du premier degré.

c - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $P(x) > 0$ .

③ - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$2|x^3| + x^2 - 22|x| + 24 = 0.$$

④ - Soit  $a$  un nombre réel tel que :  $-2 \leq a \leq 0$ .

Montrer que :  $24 \leq P(a) \leq 63$ .

### Exercice 14 :

On considère le polynôme

$$P(x) = 2x^3 + (\sqrt{2} - 1)x^2 - (\sqrt{2} + 2)x - 2\sqrt{2}.$$

① - Déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que :

$$P(x) = (x + 1)Q(x).$$

② - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ .

③ - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :

$$2|x^3| + (\sqrt{2} - 1)x^2 - (\sqrt{2} + 2)|x| - 2\sqrt{2} > 0.$$

④ - Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres réels tel que

$$\begin{cases} a + b + c = 1 - \sqrt{2} \\ a^2 + b^2 + c^2 = 7 \\ abc = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

a - Développer :  $(a + b + c)^2$

b - Dédire que :  $ab + ac + bc = -2 - \sqrt{2}$ .

c - Montrer que :  $P(a) = P(b) = P(c) = 0$ .

### Exercice 15 :

Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivantes :

$$\textcircled{1} - \begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ -3x + 4y = 6 \end{cases} ; \textcircled{2} - \begin{cases} 3x + 7y = 13 \\ 2x - 3y = -22 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} - \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases} ; \textcircled{4} - \begin{cases} 2|x| + |y| = 1 \\ 3|x| + |y| = 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} - \begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} ; \textcircled{6} - \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 11 \\ 2x^2 + 3y^2 = 10 \end{cases}$$