

تمارين محلولة في توازن

جسم قابل للدوران

الجدع المشترك العلمي و التكنولوجي

RESUME

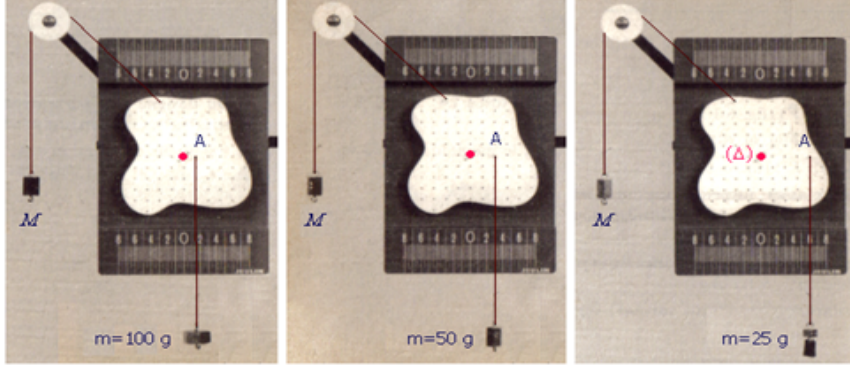
الملف يحتوي على 10 تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي، يمكنكم الضغط على حل التمرين لرؤية نص الكامل للحل، او الضغط على نص التمرين للعودة الى معطيات التمرين

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران.

الحل

التمرين 1

تمثل الصور التالية نفس حالة التوازن لصفيحة قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) و متعامد مع مستواها:



حيث غير موضع A نقطة تأثير الكتلة المعلمة m و قيمتها، بينما قيمة الكتلة المعلمة الأخرى تبقى ثابتة $M = 50 \text{ g}$.

معطى: $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

- 1- تبرز هذه التجارب أن مفعول قوة على دوران جسم يتعلق بعاملين اثنين، أذكرهما.
- 2- أنقل الجدول التالي ثم أتممه:

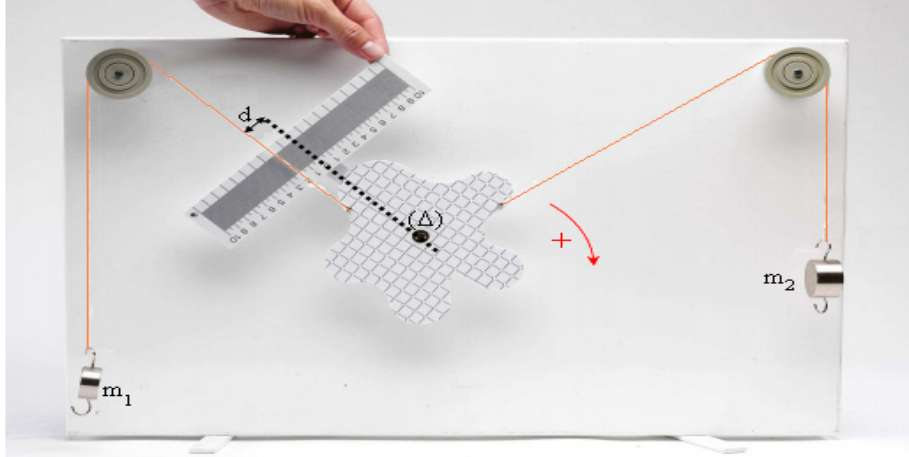
التجربة	$F \text{ (N)}$	$d \text{ (m)}$	$F \cdot d \text{ (N} \cdot \text{m)}$
1		0,060	
2		0,030	
3		0,015	

- 3- حيث شدة القوة \vec{F} المطبقة من طرف الكتلة m ، و d المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران (Δ). ماذا تستنتج بخصوص الجداء $F \cdot d$ ؟
- 4- يسمى هذا الجداء عزم القوة \vec{F} بالنسبة لمحور الدوران (Δ). أعط تعريفا عاما لعزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها.

حل التمرين

التمرين 2

تمثل الصورة التالية حالة التوازن لصفيحة قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) مار من مركز ثقلها و متعامد مع مستواها:



معطيات: $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ / $d_2 = 1,0 \text{ cm}$ / $d_1 = 2,0 \text{ cm}$ / $m_2 = 200 \text{ g}$ / $m_1 = 100 \text{ g}$

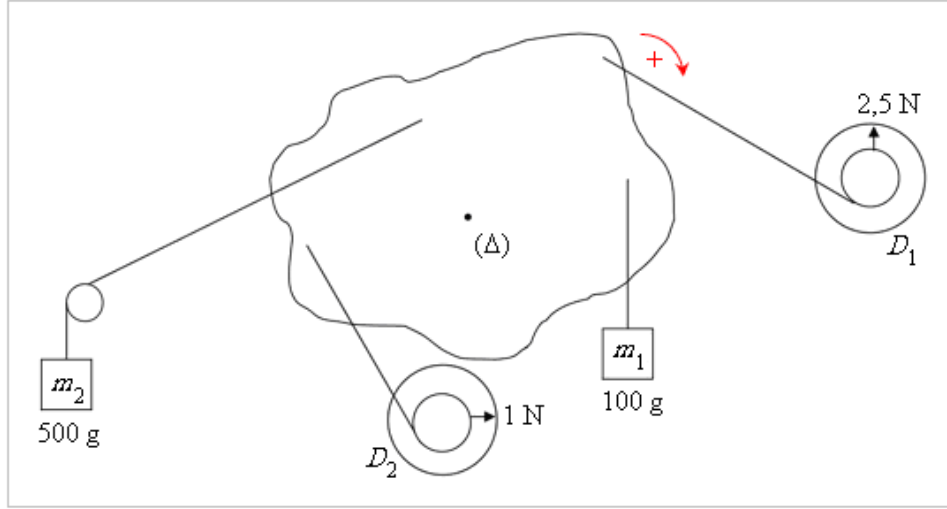
- 1- أجرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة.
- 2- باعتبار المنحنى الموجب المشار إليه في الشكل، أحسب عزم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران (Δ). ثم استنتج المجموع الجبري لعزم القوى.
- 3- استنتج شرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزم).

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران

حل التمرين

التمرين 3

يمثل الشكل التالي حالة التوازن لصفيحة قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) مار من مركز ثقلها و متعامد مع مستواها:



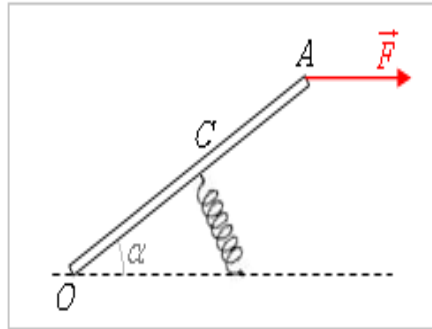
معطى: $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

- 1 - أجرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة.
- 2 - انسخ الشكل (بطيعة أو نقله على ورق شفاف) ثم مثل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستعمال السلم $1 \text{ cm} \leftrightarrow 1 \text{ N}$.
- 3 - باعتبار المنحنى الموجب المشار إليه في الشكل، أحسب عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران (Δ).
- 4 - تحقق من أن المجموع الجبري لعزوم جميع القوى المطبقة على الصفيحة منعدم.

حل التمرين

التمرين 4

يمكن ممائلة دواسة مسرع بعارضة OA وزنها مهمل و قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) متعامد معها و يمر من طرفها O ، و مشدودة بنابض في منتصفها C ، في الطرف A تطبق قوة \vec{F} خط تأثيرها أفقي، و شدتها $F = 20 \text{ N}$ ، عند حالة التوازن اتجاه النابض متعامد مع OA الذي يكون الزاوية $\alpha = 30^\circ$ مع الخط الأفقي.



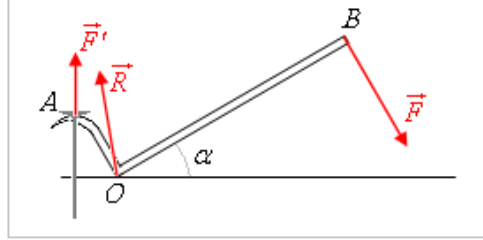
- 1 - أجرد جميع القوى المطبقة على العارضة.
- 2 - أحسب شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة.

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران.

حل التمرين

التمرين 5

لخلع مسمار يستعمل ببناء عتلة مكووعة وزنها مهممل. في الطرف B يطبق البناء قوة عمودية على OB و شدتها $F = 200 \text{ N}$. العتلة قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) متعامد معها و يمر من نقطة الارتكاز O . و الذراعان OB و OA متعامدان.

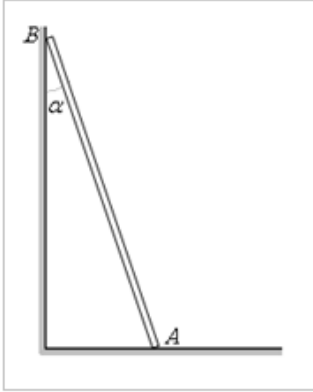


معطيات: $\alpha = 30^\circ$ / $OB = 70 \text{ cm}$ / $OA = 10 \text{ cm}$
أحسب:

- 1- شدة القوة (A, \vec{R}) العمودية التي تطبقها العتلة على المسمار.
- 2- شدة القوة (O, \vec{R}) التي يطبقها سطح التماس على العتلة.

حل التمرين

التمرين 6



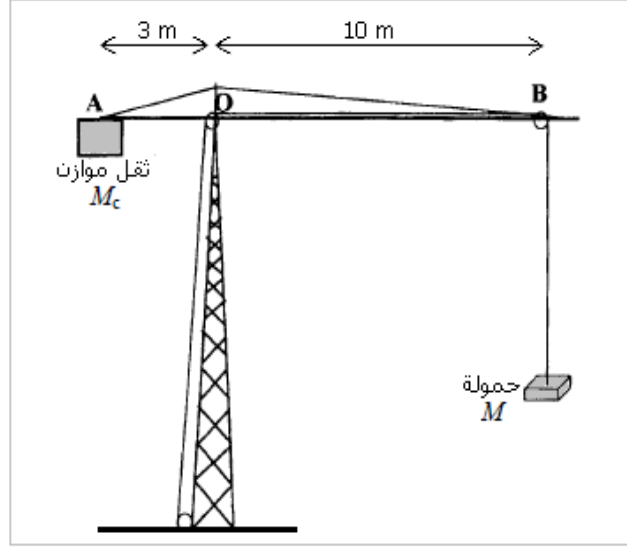
- يستند سلم AB وزنه $P = 40 \text{ N}$ على سطح أفقي و جدار رأسي. في الطرف A يطبق السطح الأفقي قوة مموضعة (A, \vec{R}) تمنع انزلاق الطرف A ، و خط تأثيرها يكون مع الخط الرأسي زاوية φ لا تتعدى قيمتها النهائية φ_m حتى لا يفقد السلم توازنه، مع $\tan \varphi_m = 0,25$. و في الطرف B يطبق الجدار قوة مموضعة (B, \vec{R}) أفقية. عند حالة التوازن يكون السلم مع الجدار الرأسي الزاوية α بحيث $\tan \alpha = 0,15$.
- 1- أجرد القوى المطبقة على AB و مثل متجهاتها في الشكل بدون سلم.
 - 2- باعتبار أن السلم قابل للدوران حول محور أفقي (Δ) متعامد معه و يمر من نقطة الارتكاز A ، أحسب شدة القوة المطبقة من طرف الجدار.
 - 3- بإنشاء الخط المضلعي لمتجهات القوى، أحسب شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية φ .
 - 4- ما هي القيمة النهائية φ_m للزاوية α دون أن يفقد السلم توازنه ؟

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران.

حل التمرين

التمرين 7

علقت حمولة كتلتها M بطرف حبل رافعة وزنها مهمل، وهي في حالة توازن:



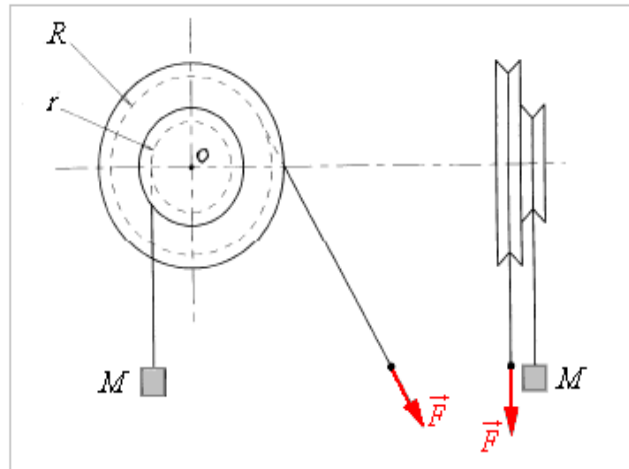
معطيات: $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ / $M = 1500 \text{ kg}$ / $OB = 10 \text{ m}$ / $OA = 3 \text{ m}$

- 1- بدراسة توازن الحمولة أحسب شدة توتر الحبل.
- 2- أجرد القوى المطبقة على الرافعة.
- 3- بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور أفقي مار من O و متعامد مع الذراعين OA و OB ، أحسب الكتلة M_c للثقل الموازن.

حل التمرين

التمرين 8

لرفع حمولة وزنها $P = 500 \text{ N}$ ، تستعمل بكرة ذات مجريين شعاعاهما $r = 5 \text{ cm}$ و $R = 10 \text{ cm}$. البكرة قابلة للدوران بدون احتكاك حول محورها الأفقي المار من مركزها O ، و كتلتا الحبلين مهملتان.



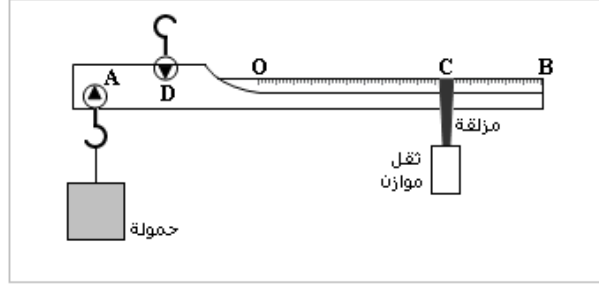
- 1- أجرد القوى المطبقة على البكرة.
- 2- أحسب شدة القوة \vec{F} لكي تكون البكرة في توازن.
- 3- ما العائدة من هذا التركيب؟

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران.

التمرين 9

حل التمرين

يتكون الميزان الروماني من عاتق AB مدرج و معلق بمحور مار من D . تعلق الحمولة المراد وزنها بمحور مار من A . يمكن إزاحة المزلقة التي تحمل ثغلا موازنا على العاتق المدرج. في غياب أي حمولة يكون العاتق أفقيا عندما تكون المزلقة في O التي تطابق التدرج صفر. وعند تعليق حمولة كتلتها $M = 3 \text{ kg}$ ، يتحقق التوازن الأفقي إذا كان $OC = 30 \text{ cm}$.
معطيات: $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ / $DO = 5 \text{ cm}$ / $DA = 10 \text{ cm}$

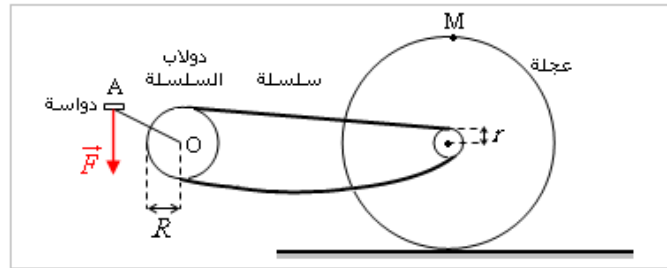


- 1- أحسب m كتلة الثقل الموازن.
- 2- عبر عن المسافة $x = OC$ بدلالة M كتلة الحمولة.
- 3- علما أن كتلة العاتق AB (بدون الثقل الموازن) هي $m_0 = 1 \text{ kg}$ ، حدد المسافة DG التي تحدد موضع G مركز ثقل العاتق.
- 4- أحسب شدة القوة \vec{R} المقرونة بتأثير محور تعليق العاتق عندما تكون كتلة الحمولة هي $M = 5 \text{ kg}$.

التمرين 10

حل التمرين

يمثل الشكل التالي المجموعة (دواسة- سلسلة- عجلة) لدراجة.



معطيات: $OA = 16 \text{ cm}$ / $D = 60 \text{ cm}$ / قطر العجلة: $r = 4 \text{ cm}$ / $R = 10 \text{ cm}$
يطبق الدراج على الدواسة قوة رأسية (A, \vec{F}) شدتها $F = 60 \text{ N}$.

- 1- أحسب عزم القوة (A, \vec{F}) في الحالات التالية:
 - أ - عندما يكون الذراع OA أفقيا،
 - ب - عندما يكون الذراع OA رأسيا،
 - ت - عندما يكون الذراع OA مائلا بالزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للخط الأفقي (هناك إمكانيتان).
- 2- نفترض أن الدراج يدوس فقط على الدواسة A ، ونهمل وزن السلسلة. كما نهمل الاحتكاكات بين العجلة و سطح التماس. بدراسة توازن المجموعة (دواسة- دولاب السلسلة) في حالة OA أفقي، أحسب:
 - أ - شدة توتر الجزء الأعلى للسلسلة (الجزء السفلي غير متوتر)،
 - ب - شدة قوة الكبح (M, \vec{F}) المطبقة على العجلة و المماس لها في M .

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران.

نص التمرين

حل التمرين 1

- 1 - يتعلق مفعول قوة على دوران جسم بعاملين اثنين هما شدة هذه القوة و المسافة بين خط تأثيرها و محور الدوران.
2 - باعتبار توازن الكتلة المعلمة لدينا العلاقة: $F = m \cdot g$

$F \cdot d (N \cdot m)$	$d (m)$	$F (N)$	التجربة
0,014 7	0,060	0,245	1
0,014 7	0,030	0,490	2
0,014 7	0,015	0,980	3

- 3 - الجداء $F \cdot d$ ثابت.
4 - عزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها يساوي جداء شدتها و المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

نص التمرين

حل التمرين 2

- 1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة
تخضع الصفيحة لأربع قوى: \vec{P} وزنها ، \vec{R} تأثير المحور (Δ) ، \vec{F}_1 تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، و \vec{F}_2 تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .
2 - عزم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران
خطا تأثير \vec{P} و \vec{R} يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزمهما منعدمان : $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot d_2 = -m_2 \cdot g \cdot d_2 \quad \text{و} \quad M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot d_1 = +m_1 \cdot g \cdot d_1$$

ت.ع.

$$M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +100 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 2,0 \times 10^{-2} = +1,96 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -200 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 1,0 \times 10^{-2} = -1,96 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

نستنتج المجموع الجبري لعزم القوى: $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) = 0$
3 - بشرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزم)
في حالة توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت، المجموع الجبري لعزم كل القوى المطبقة عليه منعد،

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران

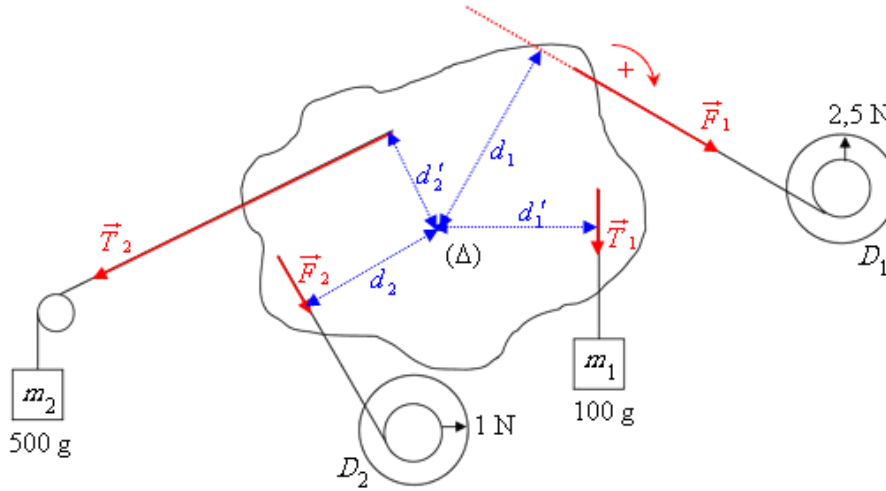
نص التمرين

حل التمرين 3

1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة
تخضع الصفيحة لست قوى: \vec{P} وزنها، \vec{R} تأثير المحور (Δ) ، \vec{F}_1 تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر D_1 ، \vec{T}_1 تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، \vec{F}_2 تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر D_2 ، و \vec{T}_2 تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .

2 - تمثيل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستعمال السلم $1\text{ cm} \leftrightarrow 1\text{ N}$ شداتها هي:

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1 \cdot g = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 1,0\text{ N} & F_1 &= 2,5\text{ N} \\ T_2 &= m_2 \cdot g = 500 \times 10^{-3} \times 10 = 5,0\text{ N} & F_2 &= 1,0\text{ N} \end{aligned}$$



3 - عزم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران

• المسافات الفاصلة بين خطوط تأثير القوى و محور الدوران:

$$\begin{aligned} d'_1 &= 2,4\text{ cm} & d_1 &= 3,1\text{ cm} \\ d'_2 &= 1,6\text{ cm} & d_2 &= 2,3\text{ cm} \end{aligned}$$

• عزم القوى بالنسبة لمحور الدوران:

$$\begin{aligned} M_{\Delta}(\vec{F}_1) &= +F_1 \cdot d_1 = +7,75 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_{\Delta}(\vec{F}_2) &= -F_2 \cdot d_2 = -2,3 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_{\Delta}(\vec{T}_1) &= +T_1 \cdot d'_1 = +2,4 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_{\Delta}(\vec{T}_2) &= -T_2 \cdot d'_2 = -8,0 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \end{aligned}$$

4 - المجموع الجبري لعزم القوى

خطا تأثير \vec{P} و \vec{R} يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزمهما منعدمان: $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$
نستنتج المجموع الجبري لعزم القوى:

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) + M_{\Delta}(\vec{T}_1) + M_{\Delta}(\vec{T}_2) = -0,0015 \approx 0$$

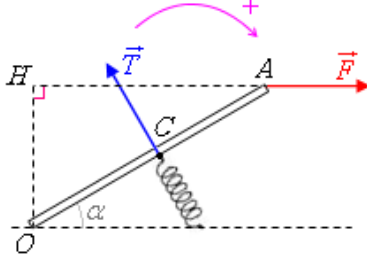
باعتبار الأخطاء في القياسات، يمكن اعتبار مجموع العزم منعدما تقريبا.

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران

حل التمرين 4

نص التمرين

- 1 - جرد جميع القوى المطبقة على العارضة
تخضع العارضة لأربع قوى: \vec{P} وزنها (مهمل) ، تأثير القوة \vec{F} ، تأثير النابض \vec{T} و \vec{R} تأثير المحور (Δ) ،
2 - شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة
تطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:



$$M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{T}) + M_A(\vec{R}) = 0$$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير \vec{R} يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_A(\vec{F}) = +F \cdot OH = +F \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$M_A(\vec{T}) = -T \cdot OC = -T \cdot \frac{OA}{2}$$

$$F \cdot OA \cdot \sin \alpha - T \cdot \frac{OA}{2} = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

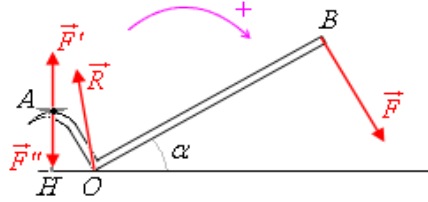
$$T = 2F \cdot \sin \alpha \quad \leftarrow$$

$$T = 2 \times 20 \times \sin 30^\circ = 20 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

حل التمرين 5

نص التمرين

- 1 - شدة القوة (A, \vec{F}') التي تطبقها العتلة على المسمار
بإهمال وزنها تخضع العتلة لثلاث قوى: (O, \vec{R}) و (B, \vec{F}) و (A, \vec{F}') تأثير المسمار على العتلة.
حيث: $F' = F''$ حسب مبدأ التأثيرات البينية.
تطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:



$$M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{F}') = 0$$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير \vec{R} يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_A(\vec{F}) = +F \cdot OB$$

$$M_A(\vec{F}') = -F' \cdot OH = -F' \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$F \cdot OB - F' \cdot OA \cdot \sin \alpha = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$F' = F \cdot \frac{OB}{OA \cdot \sin \alpha} \quad \leftarrow$$

$$F' = 200 \times \frac{0,70}{0,10 \times \sin 30^\circ} = 2800 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

- 2 - شدة القوة (O, \vec{R}) التي يطبقها سطح التماس على العتلة

بتطبيق الشرط الآخر للتوازن، لدينا: $\vec{F} + \vec{R} + \vec{F}'' = \vec{0}$
ثم إسقاط هذه العلاقة في المعلم (O, x, y) :

$$\begin{cases} -F \cdot \sin \alpha + R_x + 0 = 0 \\ -F \cdot \cos \alpha + R_y - F'' = 0 \end{cases} \quad \leftarrow \quad \begin{cases} F_x + R_x + F_x'' = 0 \\ F_y + R_y + F_y'' = 0 \end{cases}$$

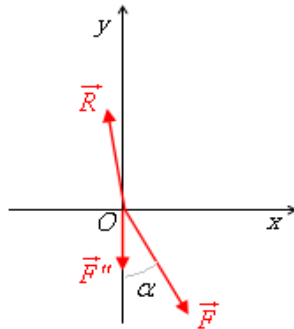
و نستنتج إحداثيتي القوة (O, \vec{R}) :
 $R_x = F \cdot \sin \alpha$
 $R_y = F \cdot \cos \alpha + F''$

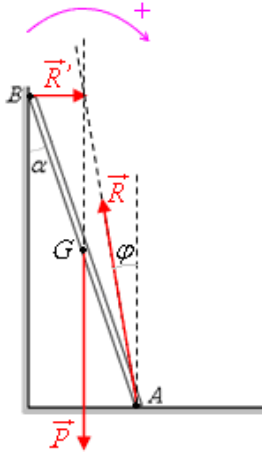
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \text{و شدتها هي:}$$

$$R = \sqrt{(F \cdot \sin \alpha)^2 + (F \cdot \cos \alpha + F'')^2}$$

ت.ع.

$$R = \sqrt{(200 \times \sin 30^\circ)^2 + (200 \times \cos 30^\circ + 2800)^2} = 2975 \text{ N}$$





1 - جرد القوى المطبقة على AB و تمثيل متجهاتها

يخضع السلم لثلاث قوى هي: وزنه \vec{P} و تأثير السطح الأفقي \vec{R} و تأثير الجدار الرأسبي \vec{R}' . خطوط تأثير القوى تتلاقى في نقطة تقاطع خط تأثير \vec{P} (العمودي المار من G) و خط تأثير \vec{R}' (الأفقي المار من B).

2 - شدة القوة المطبقة من طرف الجدار

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ)، لدينا: $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{R}') = 0$

$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير \vec{R} يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_{\Delta}(\vec{P}) = -P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}') = +R' \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$-P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin \alpha + R' \cdot AB \cdot \cos \alpha = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$R' = \frac{P}{2} \cdot \tan \alpha \quad \leftarrow$$

$$R' = \frac{40}{2} \times 0,15 = 3 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

3 - شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية φ الخط المضلعي لمتجهات القوى مثلث قائم الزاوية.

$$R = \sqrt{P^2 + R'^2} \quad \text{لدينا العلاقة:}$$

$$R = \sqrt{40^2 + 3^2} \approx 40 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

$$\tan \varphi = \frac{R'}{P} \quad \text{و لدينا العلاقة:}$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \quad \text{و باعتبار العلاقة السابقة:}$$

$$\varphi = 4,3^\circ \quad \leftarrow \quad \tan \varphi = 0,075 \quad \text{ت.ع.}$$

4 - القيمة النهائية α_m للزاوية α دون أن يفقد السلم توازنه

لكي يبقى السلم في حالة التوازن، يجب أن يتحقق الشرط التالي: $\tan \varphi \leq \tan \varphi_0$

$$\frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \leq \tan \varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\tan \alpha_m = 2 \tan \varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\alpha_m = 26,6^\circ \quad \leftarrow \quad \tan \alpha_m = 0,50 \quad \text{ت.ع.}$$



تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران

نص التمرين

حل التمرين 7

1 - شدة توتر الحبل

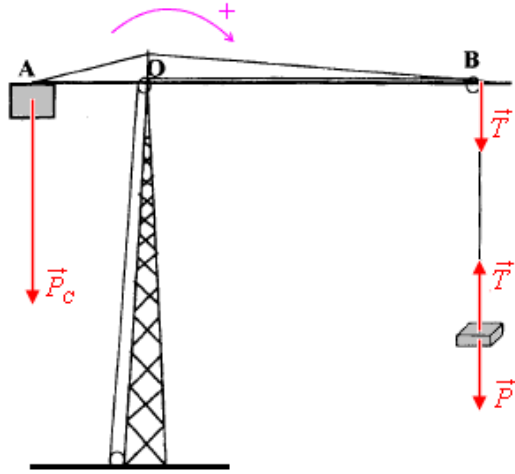
تخضع الحمولة لقوتين هما وزنها \vec{P} وتأثير الحبل \vec{T} .

تطبيق شرط التوازن: $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \quad \leftarrow \quad T = M \cdot g$

ت.ع. $T = 1500 \times 10 = 15000 \text{ N}$

2 - جرد القوى المطبقة على الرافعة

بإهمال وزنها تخضع الرافعة لثلاث قوى هي تأثير الثقل الموازن \vec{P} وتأثير الحبل \vec{T}' وتأثير سطح التماس \vec{R}



3 - كتلة الثقل الموازن

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من O لدينا: $M_A(\vec{P}_C) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}') = 0$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير \vec{R} يتقاطع مع المحور

$M_A(\vec{P}_C) = -M_C \cdot g \cdot OA$

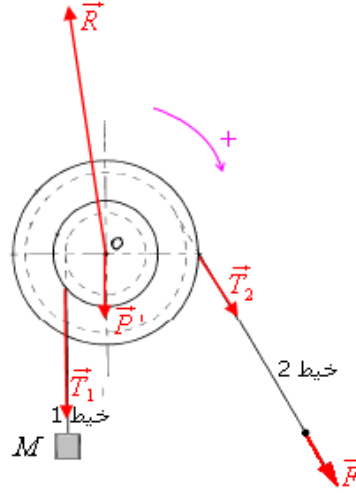
$M_A(\vec{T}') = +T' \cdot OB = +T \cdot OB$ لأن $T = T'$ حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج: $-M_C \cdot g \cdot OA + T \cdot OB = 0$

$M_C = \frac{T \cdot OB}{g \cdot OA} \quad \leftarrow$

ت.ع. $M_C = \frac{15000}{10} \times \frac{10}{3} = 5000 \text{ kg}$

1 - جرد القوى المطبقة على البكرة
تخضع البكرة لأربع قوى هي وزنها \vec{P} وتأثير محورها \vec{R} وتأثير الحبل 1 \vec{T}_1 ، وتأثير الحبل 2 \vec{T}_2 .



2 - شدة القوة \vec{F} لكي تكون البكرة في توازن
بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران، لدينا: $M_A(\vec{P}') + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}_1) + M_A(\vec{T}_2) = 0$

$$M_A(\vec{P}') = M_A(\vec{R}) = 0 \quad \text{لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور}$$

$$M_A(\vec{T}_1) = -T_1 \cdot r = -P \cdot r \quad \text{لأن } T_1 = P \quad \text{حسب شرط توازن الحمولة و مبدأ التأثيرات البينية}$$

$$M_A(\vec{T}_2) = +T_2 \cdot R = +F \cdot R \quad \text{لأن } T_2 = F \quad \text{حسب مبدأ التأثيرات البينية}$$

$$-P \cdot r + F \cdot R = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

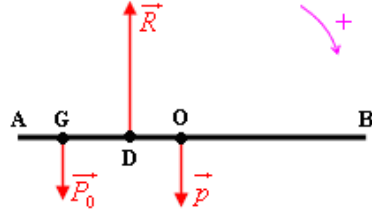
$$F = P \cdot \frac{r}{R} \quad \leftarrow$$

$$F = 500 \times \frac{5}{10} = 250 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

3 - الفائدة من هذا التركيب

$$F < P$$

يمكن هذا التركيب من رفع حمولة بمجهود أدنى.



1 - كتلة الثقل الموازن

- ندرس توازن العائق بدون حمولة:

يخضع العائق لثلاث قوى وزنه \vec{P}_0 ، وزن الثقل الموازن \vec{p} و تأثير المحور \vec{R}

$$M_{\Delta}(\vec{P}_0) + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0 \quad \text{تطبيق مبرهنة العزوم:}$$

$$(1) \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DO = 0 \quad \leftarrow$$

- ندرس توازن العائق مع الحمولة:

يخضع العائق لأربع قوى وزنه \vec{P}_0 ، وزن الثقل الموازن \vec{p} ، تأثير المحور \vec{R} و وزن الحمولة \vec{P}

$$M_{\Delta}(\vec{P}_0) + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = 0 \quad \text{تطبيق مبرهنة العزوم:}$$

$$(2) \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DC - P \cdot DA = 0 \quad \leftarrow$$

- بطرح (1) من (2) نستنتج:

$$p \cdot (DC - DO) - P \cdot DA = 0$$

$$p = P \cdot \frac{DA}{OC} \quad \leftarrow$$

$$m = M \cdot \frac{DA}{OC} \quad \leftarrow$$

$$m = 3 \times \frac{10}{30} = 1 \text{ kg} \quad \text{ت.ع.}$$

2 - تعبر المسافة $x = OC$ بدلالة M كتلة الحمولة

$$x = 10 \times \frac{M}{m} \text{ (cm)} \quad \leftarrow \quad OC = \frac{M}{m} \cdot DA \quad \text{من العلاقة السابقة نستنتج:}$$

3 - المسافة DG التي تحدد موضع G مركز ثقل العائق

$$DG = \frac{m}{m_0} \cdot DO \quad \leftarrow \quad DG = \frac{p}{P_0} \cdot DO \quad \text{من العلاقة (1) نستنتج:}$$

$$DG = \frac{1}{1} \times 5 = 5 \text{ cm} \quad \text{ت.ع.}$$

4 - شدة القوة \vec{R} المقرونة بتأثير محور تعليق العائق عندما تكون كتلة الحمولة هي $M = 5 \text{ kg}$

$$\vec{P}_0 + \vec{p} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \quad \text{عند التوازن:}$$

بما أن الأوزان قوى عمودية، فإن \vec{R} عمودية و متجهة نحو الأعلى و شدتها: $R = P_0 + p + P$

$$R = (m_0 + m + M) \cdot g \quad \leftarrow$$

$$R = (1+1+5) \times 10 = 70 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

تمارين محلولة في درس توازن جسم قابل للدوران.

حل التمرين 10

نص التمرين

1 - عزم القوة (A, \vec{F}) في الحالات التالية:

أ - عندما يكون الذراع OA أفقياً

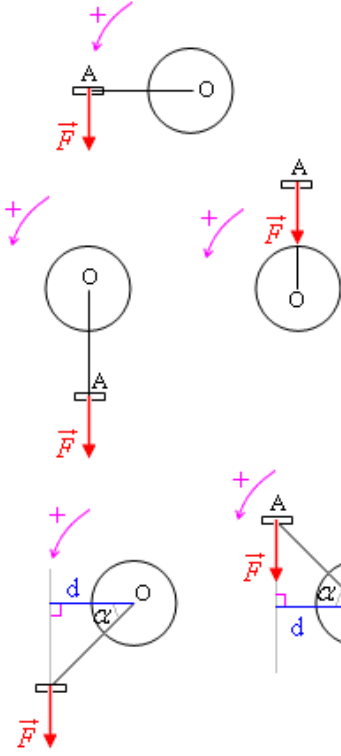
$$M_A(\vec{F}) = F \cdot d = F \cdot OA$$

$$M_A(\vec{F}) = 60 \times 0,16 = \underline{9,6 \text{ N.m}} \quad \text{ت.ع.}$$

ب - عندما يكون الذراع OA رأسياً

في هذه الحالة خط تأثير القوة (A, \vec{F}) يتقاطع مع محور الدوران ($d = 0$)

$$M_A(\vec{F}) = 0$$



ت - عندما يكون الذراع OA مائلاً بالزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للخط الأفقي

في كلتا الحالتين الممكنتين: $d = OA \cdot \cos \alpha$

$$M_A(\vec{F}) = F \cdot OA \cdot \cos \alpha \quad \leftarrow$$

$$M_A(\vec{F}) = 60 \times 0,16 \times \cos 30^\circ = \underline{8,3 \text{ N.m}} \quad \text{ت.ع.}$$