

الفضاء

تمرين 1:

- لتكن النقطة $A(1,2,5)$ و المتجهة $\vec{u}(2,-3,1)$
- (1) حدد معادلة ديكرتية للمستوى (P) المار من A و \vec{u} متجهة منظمية عليه
- (2) لتكن النقطة $B(-1,3,2)$
- (أ) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من B و العمودي على (P)
- (ب) استنتج إحداثيات H المسقط العمودي لـ B على (P)

تمرين 2:

- نعتبر المستقيم $(D): \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$
- و المستويين $(P): x - y - z + 2 = 0$ و $(Q): 4x + 2y + 2z + 3 = 0$
- (1) (أ) بين أن $(D) \parallel (P)$
- (ب) بين أن $(P) \perp (Q)$
- (2) لتكن $A(-1,0,0)$
- (أ) تحقق أن $A \in (D)$
- (ب) بين أن $(D) \perp (Q)$
- (ج) استنتج إحداثيات H المسقط العمودي لـ A على (Q)

تمرين 3:

- نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها:
- $$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$$
- (1) حدد المركز Ω والشعاع R
- (2) لتكن النقطة $A(-1,0,0)$
- (أ) تحقق أن $A \in (S)$
- (ب) حدد معادلة المماس (Q) للفلكة عند A
- (3) ليكن المستوى $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$
- (أ) بين أن (P) مماس للفلكة
- (ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم المار من Ω و العمودي على (P)
- (ج) استنتج إحداثيات B نقطة التماس
- (4) ليكن المستوى $(F): x + 2y - 2z = 0$
- (أ) بين أن (F) يقطع الفلكة في دائرة محددًا شعاعها
- (ب) حدد مركز دائرة التقاطع
- (5) ليكن المستوى $(E): 3x + y - z = 0$
- (أ) تحقق أن $\Omega \in (E)$
- (ب) حدد تقاطع (E) و (S)

تمرين 4: لتكن $A(2,1,1)$ و $B(3,1,2)$ و $C(3,-1,0)$ و المتجهة $\vec{u}(2,-2,1)$

- (1) (أ) حدد إحداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$
- (ب) أحسب $d(B, (AC))$
- (ج) استنتج معادلة ديكرتية للمستوى (ABC)
- (2) حدد إحداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{u}$
- (3) ليكن المستقيم $(\Delta): \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -2t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$
- أحسب $d(A, (\Delta))$

تمرين 5:

- بين أن المستويين $(P): x + y - 2z - 2 = 0$ و $(Q): 2x + y + 3z = 0$ يتقاطعان وفق مستقيم محددًا تمثيلا البارامترية

تمرين 6:

- لتكن $A(0,1,1)$ و $B(0,0,2)$ و $C(3,0,0)$
- (1) (أ) حدد إحداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$
- (ب) أكتب معادلة ديكرتية للمستوى (ABC)
- (2) لتكن الفلكة $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4z + 2 = 0$
- (أ) حدد مركزها و شعاعها
- (ب) بين أن (AC) مماس للفلكة ثم حدد نقطة التماس
- (ج) حدد تقاطع (ABC) و (S)

تمرين 7: نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها:

- $$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$$
- (1) (أ) حدد إحداثيات المركز Ω ثم الشعاع R
- (ب) تحقق أن $\Omega \in (P)$ بحيث $(P): x + y + z = 0$
- (ج) استنتج تقاطع (P) و (S)
- (2) نعتبر النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(-1,0,-1)$ و المتجهة $\vec{u}(1,1,1)$
- (أ) حدد إحداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{u}$
- (ب) استنتج معادلة ديكرتية للمستوى (Q) العمودي على (P) و الذي يتضمن (AB)

تمرين 8:

الفضاء منسوب إلى $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط $A(2,3,3)$ و $B(3,1,1)$ و $C(3,3,2)$

(1) أ) حدد إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

ج) أحسب مسافة النقطة C عن المستقيم (AB)

(2) لتكن الفلكة المعرفة بـ:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 4z + 21 = 0$$

أ) حدد مركزها و شعاعها

ب) بين أن المستقيم (AB) مماس للفلكة S ثم حدد

نقطة التماس

ج) أدرس تقاطع (S) و (ABC)

(3) ليكن المستوى $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$

أ) حدد تمثيلا للمستقيم المار من C و العمودي على

(P)

$$\begin{cases} x = -2t + 3 \\ y = 6t + 1 \\ z = 5t + 1 \end{cases}$$

ب) بين أن المستقيم هو تقاطع المستويين (ABC) و (P)

ج) بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة في دائرة يجب

تحديد مركزها و شعاعها

تمرين 9:

نعتبر النقط $A(1,2,-2)$ و $B(1,1,-1)$ و $C(2,1,-2)$

(1) أ) حدد مثلث إحداثيات $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

ب) بين أن $x + y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية

للمستوى (ABC)

(2) لتكن $S = S(\Omega, R)$ بحيث $\Omega(1,1,1)$ و $R = \frac{2}{\sqrt{3}}$

أ) بين أن (ABC) مماس للفلكة S ثم حدد نقطة

التماس

ب) لتكن $M(a,b,c)$ نقطة من (ABC)

$$\text{بين أن } a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$$

تمرين 10:

نعتبر $A(1,2,1)$ و المستوى $(P): 2x + y + 2z - 4 = 0$

(1) أ) أحسب $d(A, (P))$

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A و العمودي على (P)

$$(2) \text{ نعتبر المستقيم } (\Delta): \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = -2t \\ z = 2t - 1 \end{cases}$$

أ) بين أن $(\Delta) \parallel (P)$

ب) حدد إحداثيات $\overrightarrow{AB} \wedge \vec{u}$ بحيث $B(2,0,-1)$ و $\vec{u}(-1,-2,2)$

ج) استنتج $d(A, (\Delta))$

(3) نعتبر الفلكة معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 3 = 0$

أ) حدد مركزها و شعاعها

ب) بين أن (P) يقطع الفلكة في دائرة يجب تحديدها

ج) بين أن (Δ) يقطع الفلكة في نقطتين يجب تحديدهما

(4) ليكن المستوى (Q) الموازي لـ (P) و الذي يقطع الفلكة

وفق دائرة شعاعها 1

أ) بين أن $d(A, (Q)) = 2\sqrt{2}$

ب) استنتج أن هناك مستويين يقطعان الفلكة وفق دائرة شعاعها 1

تمرين 11

نعتبر النقط $A(1,2,-3)$ و $B(2,1,1)$ و $C(4,5,-3)$

(1) بين أن $(AB) \perp (AC)$

(2) حدد مثلث إحداثيات $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

(3) استنتج أن معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي

$$2x - 2y - z - 1 = 0$$

(4) لتكن $E(3,3,-1)$

أ) تحقق أن E منتصف $[BC]$

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من E و العمودي

على (ABC)

(5) ليكن المستوى $(P): x + y + z - 4 = 0$

نعتبر الفلكة (S) التي يقطعها (P) في دائرة كبرى و

يقطعها (ABC) و فوق الدائرة المحيطة بالمثلث (ABC)

حدد مركز و شعاع الفلكة