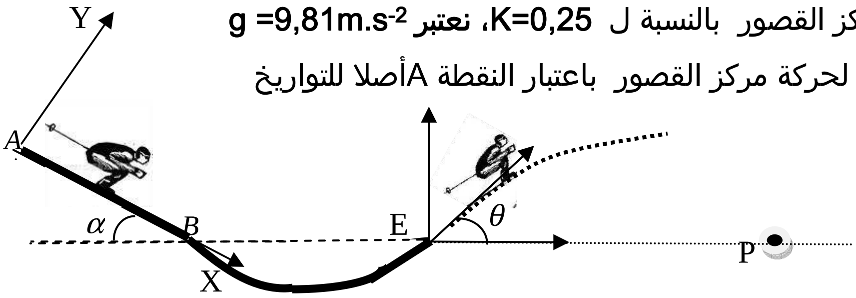
تطبيقات قانون نيوتن 2باك ع ف

تمرين1 **A. دراسة حركة مركز قصور متزحلق على المنحدر**

يمر عند اللحظة **t=0s** متزحلق ولوازمه كـتـلتهما الكلية $m = 80kg$ بسرعة $\mathbf{V_A = 60km/h}$ من موضع يتطابق فيه مركز قصورهما G مع نقطة **A** توجد على ارتفاع **1km** من سطح الأرض و بسرعة $\boldsymbol{V_B}$ عندما يتطابق مركز القصور G فيه مع النقطة **B** ، ثم يستمر في الحركة ليغادر مسار التزلج عند النقطة **E** .

تتم الحركة في المسار المستقيمي AB المائل بزاوية $\alpha = \theta = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي باحتكاك معامله K=0,25 ، بينما نهمل الاحتكاكات في المسار المنحني BE. نعطي: AB=200m

1. أجرد القوة المطبقة على المتزحلق خلال المسار **AB**
2. بين أن تعبير تسارع مركز قصور المتزحلق في المعلم (A,X,Y) يكتب كالتالي: a=g(sinα – K.cosα) .
3. حدد طبيعة الحركة حسب قيم معامل الاحتكاك K
4. أحسب قيمة تسارع مركز القصور بالنسبة ل **K=0,25، نعتبر $g = 9,81m.s^{-2}$**
5. حدد المعادلة الزمنية لحركة مركز القصور باعتبار النقطة Aأصلا للتواريخ



6. لتكن V_B وV_C سرعة مركز قصور المتزحلق على التوالي عند اللحظتين t_C و t_B بين أن
$$\mathbf{V_B^2} - \boldsymbol{V_C^2} = \boldsymbol{2a(x_B - x_C)}$$
7. أحسب سرعة مركز قصور الجسم عند النقطة B
8. احسب شغل القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير المستوى AB على المتزحلق.
9. أحسب القدرة اللحظية للقوتين $\vec{\boldsymbol{R}}$ و $\vec{\boldsymbol{P}}$ في الموضع B

دراسة حركة المتزحلق في مجال الثقالة

يغادر المتزحلق مسار التزلج في الموضع E بسرعة V_E عند لحظة نعترها أصلا جديدا للتواريخ ،حيث يصبح المتزحلق و لوازمه في سقوط نعتبره حرا .

1. أوجد عند لحظة t مركبات متجهة سرعة مركز القصور في المعلم $(E, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ واستنتج إحداثيات مركز قصور المتزحلق في نفس المعلم (المعادلات الزمنية $\vec{V}(t)$ و x(t) و $y(t)$)
2. استنتج معادلة مسار مركز قصور المتزحلق في المعلم $(E, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$
3. حدد احداثيات F قمة مسار مركز القصور ثم استنتج الارتفاع عن سطح الأرض
4. استنتج الزاوية **θ** التي تمكن من الحصول على أعلى قمة.
5. حدد احداثيات P مدى مركز القصور واستنتج قيمة الزاوية التي تمكن من الحصول على أكبر مدى
6. يمر مركز قصور المتزحلق من الموضع P عند اللحظة t بسرعة V_p حدد قيمة V_p

تطبيقات قانون نيوتن 2باك ع ف

تمرين2

A. دراسة حركة مظلي في الهواء باحتكاك

نهدف من هذا التمرين دراسة مراحل سقوط مظلي في الهواء كتلته مع لوازمه هي m=80kg.

يتم سقوطه عبر ثلاث مراحل لا يتم فتح مظلته سوى في المرحلة الثالثة.

يمثل الشكل 2 تغيرات سرعة مركز القصور بدلالة الزمن

1. صف بإيجاز و باعتمادك مخطط السرعة تغيرات سرعة مركز قصور المظلي ولوازمه خلال المراحل الثلاث.

المرحلة 1 : بداية السقوط : المجال $[0s; 2s]$

نعتبر في بداية السقوط (المرحلة الأولى) أن ضغط الهواء جد ضعيف و بالتالي نهمل تأثير الهواء على المظلي.

ينطلق المظلي في بداية هذه المرحلة بدون سرعة بدئية عند اللحظة t=0s.

1-2. كيف تتغير سرعة مركز قصورالمظلي و لوازمه مع الزمن خلال المجال$[0s; 2s]$

2-2. أجرد القوى المطبقة على المظلي و لوازمه في المجال$[0s; 2s]$ و بين أن قيمة تسارع مركز قصوره تساوي g

3-2. أوجد في هذا المجال تعبير سرعة مركز القصور بدلالة الزمن ثم استنتج قيمة g

4-2. حدد المسافة التي يقطعها المظلي خلال المجال $[0s; 2s]$

المرحلة 2: تأثير الهواء غير مهمل و المظلة غير مفتوحة: $[2s; 24s]$

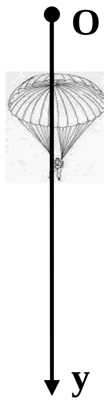
خلال هذه المرحلة المظلي لم يفتح بعد مظلته، إلا أن تأثير الهواء لم يعد مهملا، حيث نقرن تأثيره بقوة شدتها $f = KV^n$ و منحاها معاكس لمنحى متجهة السرعة.

1-3. ماذا يمكنك القول عن سرعة مركز قصور المظلي ولوازمه بدلالة الزمن في هذا المجال

2-3. مثل بدون سلم متجهات القوى المطبقة على المظلي في هذه المرحلة

3-3. هل يمكن اعتبار قوة الاحتكاك ثابتة خلال الزمن في هذه المرحلة

4-3. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد العلاقة التي تربط قوة الاحتكاك f و مجال الثقالة g و الكتلة m و مشتقة السرعة بالنسبة للزمن $\frac{dV}{dt}$ (نهمل دافعة أرخميدس).



5-3. حدد سرعة مركز قصور المظلي الحدية عند اللحظة 24s و استنتج تعبير شدة قوة الاحتكاك بدلالة وزن المظلي عند هذه اللحظة.

6-3. حدد من بين الاقتراحين التاليين $f = 11,25.V^2$ و $f = 11,25.V$ تعبير قوة الاحتكاك المناسب.

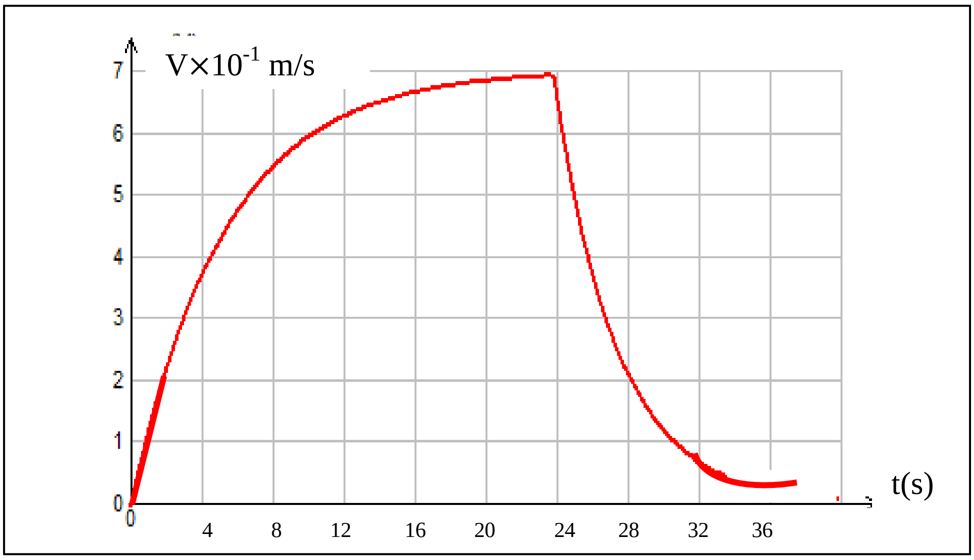
المرحلة 3: فتح المظلة

1-4. حدد تاريخ لحظة فتح المظلة

2-4. مثل بدون سلم متجهات القوى المطبقة على المظلي في هذه المرحلة

3-4 .أحسب شدة قوة الاحتكاك مع الهواء عند اللحظة 26s

5-4. حدد قيمة سرعة وصول المظلي إلى سطح الأرض



الشكل 2

تطبيقات قانون نيوتن 2باك ع ف

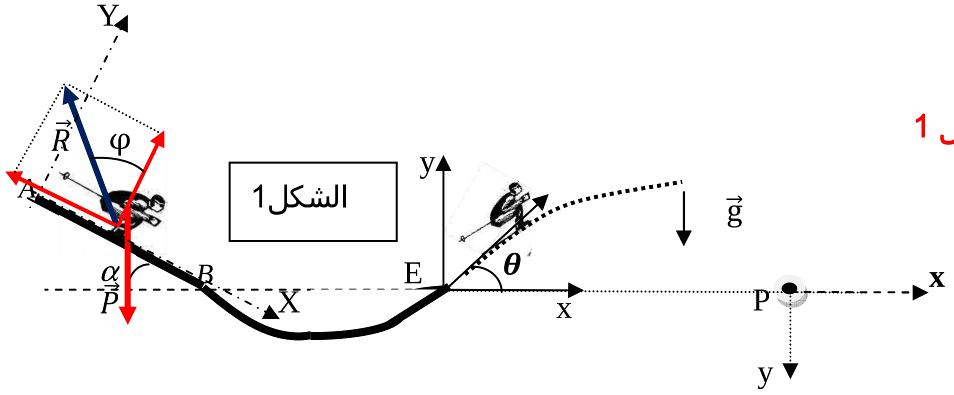
عناصر الإجابة

ملحوظة

$a = a_G$ تسارع مركز قصور الجسم

$V = V_G$ سرعة مركز قصور الجسم

دراسة حركة مركز قصور متزحلق على المنحدر



1. جرد القوى أنظر الشكل 1

2. تحديد قيمة التسارع a

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

الإسقاط على المحور (oX) 1 $mg.\sin\alpha - R.\sin\varphi = m.a \Rightarrow a = \frac{mg.\sin\alpha - R.\sin\varphi}{m}$

الإسقاط على المحور oY 2 $-mg.\cos\alpha + R.\cos\varphi = 0 \Rightarrow R = \frac{mg.\cos\alpha}{\cos\varphi}$

من العلاقة 1 و العالقة 2 نجد

$a = \frac{mg.\sin\alpha - K.mg.\cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - K\cos\alpha)$ مع معامل الاحتكاك $\tan\varphi = K$

3. طبيعة الحركة حسب قيم K

حركة مستقيمية منتظمة ادا كان a=0 وهذا يعني أن $K = \tan\varphi = 0{,}58$

حركة متسارعة بانتظام أي $a > 0$ هذا يوافق $K < tan\alpha \Rightarrow K < 0{,}58$

حركة متباطئة بانتظام أي $a < 0$ هذا يوافق $K > tan\alpha \Rightarrow K < 0{,}58$

4. قيمة تسارع مركز قصور المتزحلق بالنسبة $K = 0{,}25$ $a = 2{,}78 m/s^2$

5. المعادلات الزمنية

بما أن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام إذن: $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

عند اللحظة t=0s مركز قصور المتزحلق منطبق مع أصل المعلم $x_0 = 0$

عند اللحظة t=0s سرعة مركز قصور المتزحلق V_A ادن $V_A = V_0$

و منه $x = \frac{1}{2}at^2 + V_At = 1{,}39t^2 + 16{,}67t$ (m)

تطبيقات قانون نيوتن 2باك ع ف

6. لنبين العلاقة التالية $V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفصول عند الموضعين C و B

المعادلات الزمنية التي تحققها سرعة مركز قصور المتزحلق في الموضعين C و B

$$x_C = \frac{1}{2}a.t_C^2 + V_A.t_C \qquad 1$$

$$x_B = \frac{1}{2}a.t_B^2 + V_A.t_B \qquad 2$$

$$\begin{cases} V_C = a.t_C + V_A \\ V_B = a.t_B + V_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_C = \frac{V_C - V_A}{a} \\ t_B = \frac{V_B - V_A}{a} \end{cases}$$

بتعويض t_C و t_B في المعادلة $x_B - x_C = \frac{1}{2}a(t_B^2 - t_C^2) + V_A(t_B - t_C)$ $\quad 2 - 1 \Rightarrow$

نجد: $\mathbf{V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)}$

7. قيمة السرعة عند الموضع B

$$V_B = \sqrt{2a(x_B - x_A) + V_A^2}$$

ت ع $V_B = 37{,}28 m/s$

شغل القوة $\vec{R}$ $W(\vec{R}) = \vec{R}.\vec{AB} = -\frac{mg.\cos\alpha}{\cos\varphi}.AB\sin\varphi$ من خلال قيمة $R = \frac{mg.\cos\alpha}{\cos\varphi}$ نجد

$W(\vec{R}) = -mg.AB.K.\cos\alpha$ ت ع $W(\vec{R}) = -33983J < 0$ شغل مقاوم

8. القدرة اللحظية

القدرة اللحظية للقوة $\vec{R}$ $\wp(\vec{R}) = \vec{R}.\vec{V_B} = -R.V_B\sin\varphi = -mg.V_B K.\cos\alpha$ ت ع $\wp(\vec{R}) = -6334W$

القدرة اللحظية للقوة $\vec{P}$ $\wp(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{V_B} = mg.V_B\sin\alpha$ ت ع $\wp(\vec{P}) = 14629W$

B. دراسة حركة المتزحلق في مجال الثقالة

1. المعادلات الزمنية التي يحققها $x(t)$ و $y(t)$ و التي تحققها احداثيات متجهة سرعة مركز القصور V_x و V_y $(\mathbf{E}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ المتزحلق في سقوط حر يخضع لوزنه فقط $\vec{P} = m\vec{a}$

الإسقاط على المحور $(E;\vec{\imath})$ نجد $a_x = 0$

الإسقاط على المحور $(E;\vec{\jmath})$ نجد $a_y = -g$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب $y(t)$ و السرعة V_y

$$\begin{cases} y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{Ey}.t + Y_{0E} \\ V_y = -gt + V_{Ey} \end{cases}$$

المعادلة الزمنية التي التي يحققها الأفصول $x(t)$ و السرعة V_x

$$\begin{cases} x(t) = V_{Ey}.t + X_{0E} \\ V_x = V_{Ex} \end{cases}$$

بالاعتماد على الشروط البدئية نحدد X_{0E} و Y_{0E} و V_{xE} و V_{yE}

عند اللحظة t=0s مركز قصور المتزحلق منطبق مع E ادن: $X_{0E} = 0$ و $Y_{0E} = 0$

عند اللحظة t=0s $V_{yE} = V_E\sin\theta$ و $V_{xE} = V_E\cos\theta$

احداثيات متجهة سرعة مركز قصور المتزحلق في المعلم $(E,\vec{i},\vec{j})$

$$\begin{cases} V_x = V_E\cos\theta = \text{ثابتة} \\ V_y = -gt + V_E\sin\theta \end{cases} \quad \text{و} \quad V_E = 35{,}02m/s$$

احداثيات مركز قصور المتزحلق في المعلم $(E,\vec{i},\vec{j})$

$$\begin{cases} x(t) = V_E\cos\theta.t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_E\cos\theta.t & 2 \end{cases}$$

2. معادلة المسار

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزمنيتين 1و 2 حيث $\boldsymbol{t = \frac{x}{V_E\cos\theta}}$

$$y = \frac{-g}{2V_E^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta.x$$

3. احداثيات قمة المسار F

لتحديد احداثيات القمة نحل المعادلة $\frac{dy}{dx} = 0$ نجد

$$\begin{cases} y_F = \frac{V_E^2\sin^2\theta}{2g} = 17{,}71m \\ x_F = \frac{V_E^2\sin 2\theta}{2g} = 61{,}35m \end{cases}$$

ملحوظة: بما أن الاحتكاكات مهملة في المسار BE و بما أن النقطتين B و E توجدان على نفس الارتفاع من سطح الأرض، فإننا عند تطبيق مبرهنة انحفاظ الطاقة الميكانيكية أو مبرهنة الطاقة الحركية سنجد أن $V_B=V_E$

الارتفاع عن سطح الأرض هو:

$$H = (1km - AB\sin\alpha) + y_F = 1000 - 100 + 17{,}71 = 917{,}71m$$

4. نحصل على أعلى قمة في حالة $\theta = \frac{\pi}{2}$ أي حالة إرسال القذيفة نحو الأعلى

5. احداثيات المدى P

عند سقوط القديفة في النقطة P يكون $y_P = 0$ ادن نحل المعادلة التالية

$$\boldsymbol{\frac{-g}{2V_E^2.\cos^2\theta}x_P^2 + x_P.\tan g\theta = 0}$$ و منه نجد

$$\begin{cases} x_P = \frac{V_E^2\sin 2\theta}{g} = 122{,}7m \\ y_P = 0 \end{cases}$$

نحصل على أبعد مدى عندما تكون $\theta = \frac{\pi}{4}$

6. سرعة مركز قصور المتزحلق عندما يمر من النقطة P نعلم $V_P = \sqrt{V_{xP}^2 + V_{yP}^2}$

الاحتكاكات على المدار (BE) مهملة ادن: $V_B = V_E = 37{,}28m/s$ تبقى ثابتة السرعة على المحور (Ox) تبقى ثابتة ومنه $V_{xP} = V_E\cos\theta = 32{,}29m/s$

لنحدد السرعة V_{yP}^2 نحدد أولا زمن وصول المتزحلق إلى النقطة P لدينا $t = \frac{x_P}{V_E cos\theta} = 3{,}8s$ منه

فان: $V_y = -gt + V_E\sin\theta = -18{,}64(m/s)$

$$V_{yP} = -g\frac{x_P}{V_E cos\theta} + V_E\sin\theta = -18{,}64(m/s)$$

ت ع $V_P = 37{,}28m/s$

دراسة حركة المتزحلق (المظلي) في الهواء باحتكاك

وصف مخطط السرعة

من خلال مخطط السرعة $V = f(t)$ الشكل 2 يمكن أن نقسم حركة مركز القصور إلى ثلاثة أطوار

$0 \leq t \leq 2s$ تزداد سرعة المظلي وفق دالة خطية

$2 \leq t \leq 24s$ تزداد سرعة المظلي ببطء بشكل أسي حتى تصل إلى القيمة القصوية

$24 \leq t \leq 34s$ تنقص سرعة المظلي بسرعة حتى تستقر في القيمة 3m/s

مرحلة 1 : بداية السقوط : المجال $[0s; 2s]$

1-2. خلال المجال $0 \leq t \leq 2s$ سرعة مركز القصور تحقق العلاقة

$V_G = \alpha t$ دالة خطية وα معاملها الموجه

2-2. خلال هذا المجال يخضع المظلي إلى وزنه فقط ادن فهو في سقوط حر

حسب القانون الثاني لنيوتن $\vec{P} = m\vec{g}$ ومنه فان $g = a$

3-2. نحدد قيمة α في المجال $0 \leq t \leq 2s$ نجد : $\alpha \approx 10m/s^2$ ادن $V = 10t$

نعلم أن $a = \frac{dV_G}{dt} = 10m/s^2$ و منه نستنتج أن $g = a$

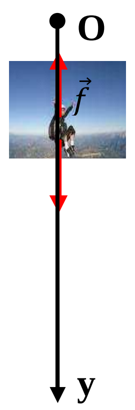
4-2. المعادلة الزمنية التي يحققها $y(t) = \frac{1}{2}gt^2$

خلال المدة الزمنية t=2s يقطع المظلي المسافة (نعوض t في المعادلة الزمنية فنجد

$$y(t = 2s) = \frac{1}{2}gt^2 = 20m$$

مرحلة 2 تأثير الهواء غير مهمل و المظلة غير مفتوحة: $[2s; 24s]$

3-1. نلاحظ من خلال مخطط السرعة أن سرعة المظلي تتغير بشكل غير منتظم إدن $a \neq cte$ (حركة متسارعة).



3-2. من خلال تغيرات $V = f(t)$ يمكن أن نستنتج أن المظلي يخضع بالإضافة إلى وزنه لقوة إضافية رأسية تبطئ حركته قوة الاحتكاك بالهواء أنظر الشكل جانبه

3-3. بما أن قوة الاحتكاك تنمذج بالعلاقة التالية $f = kV_G^n$

ادن قوة الاحتكاك غير ثابتة لأنها تتعلق بالسرعة

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow mg - f = m\frac{dV}{dt} \Rightarrow f = m(g - \frac{dV}{dt}) \quad **$$

3-4. من خلال تغيرات $V = f(t)$ عند اللحظة $t = 24s$ نجد:

$$V_{Gl} = 70m/s$$

3-5. عند اللحظة $t = 24s$ تكون السرعة قصوية أي $\frac{dV}{dt})_{t=24s} = 0$

من خلال العلاقة ** نجد $f = mg = 800N$

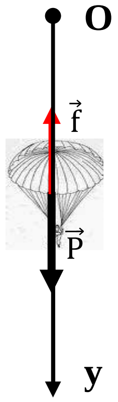
3-6. نمذجة القوة

الحالة 1 نعتبر $f = 11{,}25.V^2 = 55125N$ هذا يعني أن $f \gg P$

الحالة 1 نعتبر $f = 11{,}25V = 787{,}5N$ هذا يعني أن $f \approx P$

ادن النموذج الأفضل هو الذي تكون فيه قيميتي شدتي الوزن و قوة الاحتكاك متقاربتين أكثر عندما تصل السرعة إلى قيمتها الحدية (بإهمال دافعة أرخميدس)و منه فإن النموذج الأنسب هو $f = 11{,}25V_G$

مرحلة 3: فتح المظلة



4-1. السرعة تتناقص ابتداء من اللحظة *24s* ادن فتح المظلة تم عند اللحظة *24s*

4-2.القوى المطبقة على المظلي أنظر الشكل

4-3. المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز القصور

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور Oy

$$mg - f = m\frac{dV}{dt} \Rightarrow f = m(g - \frac{dV}{dt})$$

نحدد التسارع اللحظي لمركز قصور المظلي بتعين المعامل الموجه لمماس المنحنى $V = f(t)$ عند اللحظة t=26s انظر منحنى نجد $\frac{dV}{dt})_{26s} = -12m/s^2$ ومنه $f = 1760N$

4-4. من خلال المنحنى نلاحظ أن المظلي يصل بسرعة $V_G \approx 3m/s$