

## حلول التمارين حول قوانين نيوتن وتطبيقاتها

### التمرين 1 :

- 1 - لدينا حسب المنحنى  $v(t)$  : عند  $t = 1s$  السرعة  $v = 74m/s$  و عند  $t = 2s$  السرعة  $v = 78m/s$  و عند  $t = 2,5s$  السرعة  $v = 80m/s$   
 2 - المعادلة الزمنية لحركة الطائرة :  
 $v(t)$  دالة تألفية بالنسبة للزمن مهادلتها الرياضية تكتب على الشكل التالي :

$$v(t) = At + B$$

A معاملها الموجه وحسب المبيان هو :

$$A = \frac{80 - 70}{2,5 - 0} = 4m/s^2$$

B أرتوب  $v$  عند أصل التوا ريخ :  $B = 70m/s$  وبالتالي فإن :

$$v(t) = 4t + 70 \quad (m/s)$$

ونعلم أن  $v = \frac{dx}{dt}$  أي أن  $dx = vdt$  أي أن الدالة الأصلية ل  $v(t) = 4t + 70$  هي :

$$x(t) = 2t^2 + 70t + x_0$$

نأخذ عند  $t = 0$  لدينا  $x = 0$  وبالتالي فإن  $x_0 = 0$  أي أن المعادلة الزمنية لحركة الطائرة هي:

$$x(t) = 2t^2 + 70t \quad x(m) \quad t(s)$$

### 3 - التسارع $a$

حسب المعادلة الزمنية للحركة فإن  $a = \frac{dv}{dt} = 4m/s^2$

### التمرين 2 :

1 - موضع النقطة  $M$  في اللحظة  $t = 1,0s$  :

$$x(t = 1) = 16 - 6 = 10m$$

2 - تحديد اللحظة التي تمر النقطة المادية من أصل معلم الفضاء  $x = 0$  :

$$16t - 6t^2 = 0 \Rightarrow t(16 - 6t) = 0$$

أي أن  $t = 0$  و  $t = 2,67s$

3 - حساب السرعة المتوسطة للنقطة المادية بين اللحظتين  $t = 0s$  و  $t = 2s$

$$V_m = \frac{x(t = 2s) - x(t = 0)}{2 - 0} = \frac{32 - 24 - 0}{2 - 0} = 4m/s$$

4 - تعبير السرعة اللحظية في لحظة معينة :

لدينا :  $V(t) = \frac{dx}{dt}$  أي أن :

$$V(t) = 16 - 12t$$

وبالتالي فإن السرعة البدئية أي عند اللحظة  $t = 0$  هي :

$$V_0 = 16m/s$$

5 \_ اللحظات والمواضع التي ستتوقف فيها النقطة المادية : عند توقف النقطة المادية فإن  $V = 0$  أي أن  $x(t = 1,33s) = 10,67m$  : ومنه فإن  $t = 1,335s$  وموضع النقطة المادية في هذه اللحظة هو  $16 - 12t = 0$  وبما أن

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -12m/s^2$$

فإن التسارع ل ينعدم خلال حركة النقطة المادية فهو يبقى ثابتا مهما تكن  $t$   
6 \_ تحديد المجالين الزمنيين لتكون حركة النقطة المادية متسارعة ومتباطئة :

$$\vec{V} = (16 - 12t)\vec{i}$$

$$\vec{a} = -12\vec{i}$$

$$\vec{V} \cdot \vec{a} = -12(16 - 12t)$$

حركة مستقيمة متسارعة :  $12t - 16 > 0$  أي أن  $t > 1,33s$

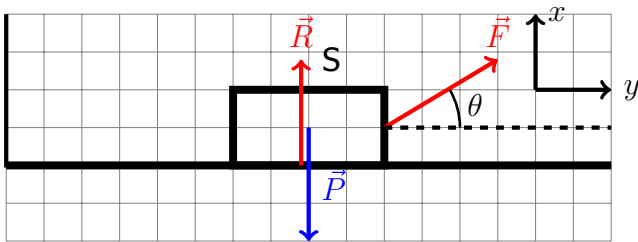
حركة مستقيمة متباطئة :  $12t - 16 < 0$  أي أن  $t < 1,33s$

#### التمرين 4 :

نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا :

$$\sum F_{ext} = m\vec{a}$$

جاءت القوى المطبقة على الجسم (S) :  $\vec{P}$  وزن الجسم و  $\vec{R}$  تأثير السطح على الجسم في غياب الاحتكاك سيكون عمودي على السطح الأفقي . والقوة  $\vec{F}$  المطبقة على الجسم (S) حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا :



$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

نسقط العلاقة على  $x'Ox$  :

$$F \cos \theta = m \cdot a_x$$

تطبيق عددي :  $a_x = 3,86m/s^2$

التسارع ثابت أي أن طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام . أي أن :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

وحسب الشروط البدئية أن  $x_0 = 5m$  و  $v_0 = 6m/s$  وبالتالي فإن

$$x(t) = 1,93t^2 + 6t + 5$$

ومنه فإن

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 3,86t + 6$$

#### التمرين 5 :

1 \_ تعبير الإطالة  $\Delta l$  بدلالة  $m$  و  $g$  و  $\alpha$  و  $k$  . الجسم (S) في حالة التوازن :

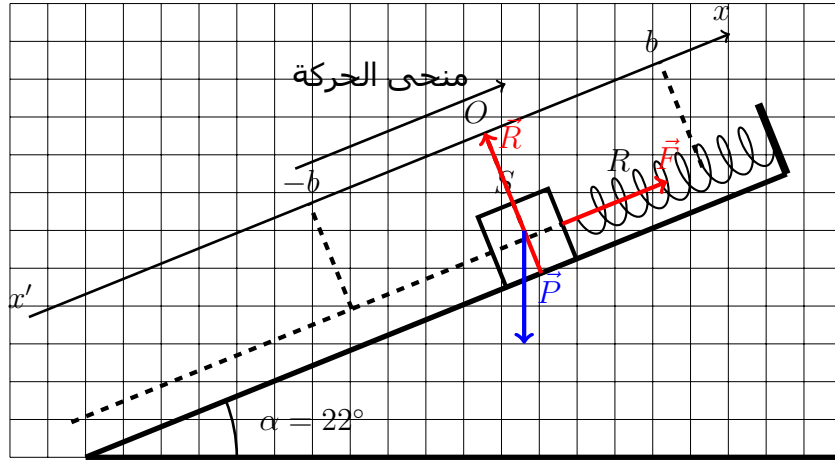
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

نسقط العلاقة على المحور  $x'Ox$  :

$$-mgsin\alpha + k\Delta l = 0$$

$$\Delta l = \frac{mgsin\alpha}{k}$$

$$\Delta l = 3cm$$



2 - نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهية على المحور  $x'Ox$  فنحصل على :

$$-mg \sin \alpha + kb = m \cdot a_x$$

بحيث أن  $x = b$  إطالة النابض عند مروره بموضع التوازن في المنحى الموجب :

$$a_x = -g \sin \alpha + \frac{k \cdot b}{m}$$

$$a_x = 2.5 m/s^2$$

### التمرين 7 :

الجزء الأول :

1 - تعبير السرعة  $V_M$  :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين A و B :

B :

$$\frac{1}{2} M V_M^2 - \frac{1}{2} M V_A^2 = mgr \cos \alpha$$

$$V_M = \sqrt{V_A^2 + 2gr \cos \alpha}$$

في النقطة B لدينا  $\alpha = 0$  أي أن  $\cos \alpha = 1$  وبالتالي فإن :

وبالتالي فإن :

$$V_B = 2\sqrt{6} m/s$$

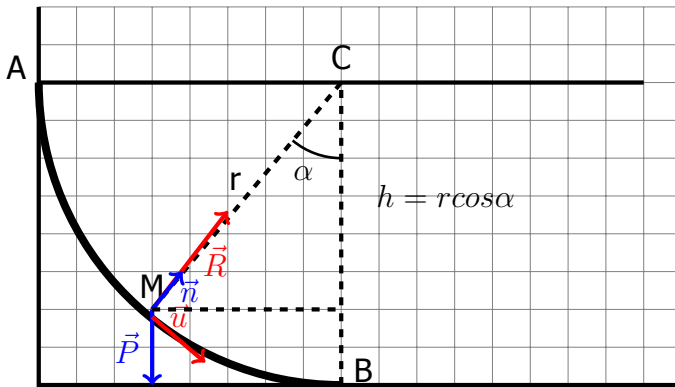
2 - تعبير شدة القوة  $\vec{R}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني  $(M, \vec{n}, \vec{u})$

$$\vec{P} + \vec{R} = M \cdot \vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهية على  $M\vec{n}$  :

$$-mg \cos \alpha + R = \frac{m V_M^2}{r}$$



$$R = 3mg\cos\alpha + \frac{mV_A^2}{r}$$

في النقطة B لدينا  $\alpha = 0$  أي أن  $\cos\alpha = 1$

$$R = 3mg + \frac{mV_A^2}{r}$$

$$R = 5,1N$$

3 - تمثيل متجهة التسارع في أساس فريني :

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

بحيث أن

$$a_N = \frac{V_M^2}{r} = \frac{V_A^2 + 2gr\cos\alpha}{r}$$

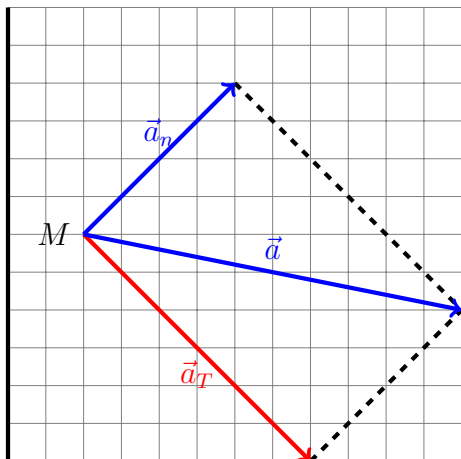
$$a_N = 5,4m/s^2$$

بالنسبة للتسارع المماسي نسقط العلاقة المتجهية على المحور  $M\vec{u}$  :

$$mg\sin\alpha = ma_T$$

$$a_T = g\sin\alpha$$

$$a_T = 7.1m/s^2$$



الجزء الثاني :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين M و B علما أن  $V_M = 0$  :

$$\frac{1}{2}MV_B^2 = mgh$$

وبين الموضعين B و N :

$$\frac{1}{2}MV_N^2 - \frac{1}{2}MV_B^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}MV_N^2 = 2mgh$$

من جهة أخرى وحسب القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني :

$$mg\cos\alpha - R = \frac{mV_N^2}{r}$$

وبما أن الجسم سيغادر السكة عند النقطة N فإن  $R = 0$  وبالتالي فإن :

$$mg\cos\alpha = \frac{mV_N^2}{r}$$

$$\frac{1}{2}MV_N^2 = \frac{mgrcos\alpha}{2}$$

$$\frac{mgrcos\alpha}{2} = 2mgh$$

$$h = \frac{rcos\alpha}{4}$$

$$h = 0,167m$$