المعادلة التفاضلية & الهندسة الفضائية

التمرين الأول :

حدد الحل y للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق الشرطين :

① $2y''-3y'-2y=0$ و $y(0)=1$ و $y'(0)=1$ ؛

② $y''+6y'+9y=0$ و $y(-1)=1$ و $y'(-1)=3$ ؛

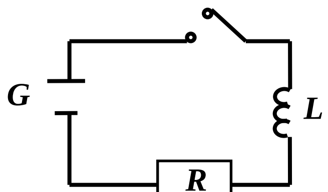
③ $y''+8\sqrt{3}y'+64y=0$ و $y(0)=2$ و $y'(0)=3$ ؛

التمرين الثاني :

الدارة الكهربائية جانبه مكونة من العناصر المركبة على التوالي :

- ✓ مولد G بتوتر ثابت $U_0=10V$.
- ✓ وشيعة معامل تحريضها $L=0,2H$.
- ✓ مقاومة شدتها $R=100\Omega$. في اللحظة t

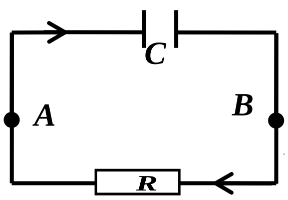
(بالثواني) يكون التيار بالدارة حلا للمعادلة التفاضلية : $Li'(t)+Ri(t)=U_0$.



① حدد $i(t)$ بدلالة t علما أن : $i(0)=0$

② إنطلاقا من أي لحظة يصبح التيار أكبر من $95mA$.

التمرين الثالث :



في التركيب جانبه، مكثف C مشحون مسبقا و هي q_0 شحنته في اللحظة $t=0$

و R مقاومة . بفعل المقاومة R ، المكثف يفرغ شحنته .

لتكن في اللحظة t : q شحنة المكثف و i شدة التيار المار في الدارة .

① حدد $q(t)$ بدلالة q_0 و R و C و t ؛

② هل الدالة $q(t)$ تزايدية أم تناقصية .

(تذكر أن : $U_{AB}=\frac{q}{c}=-Ri$ و $i=\frac{dq}{dt}$)

التمرين الرابع :

نعتبر في الفضاء $(\mathcal{E})$ المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(2,2,-2)$ و $B(-3,2,3)$ و $C(0,3,0)$ و $D(0,0,-3)$.

لتكن (S) مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق :

$$S=\left\{M \middle/ MA^2+MB^2=\frac{55}{2}\right\}$$

①– أ – أعط معادلة ديكارتية للمجموعة (S) ؛

ب – إستنتج أن (S) فلكة محددا مركزها Ω و شعاعها R .

②– أ – أحسب الجداء التجهي $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CD}$ ؛

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ACD) ؛

ج – أدرس الوضع النسبي ل (ABC) و (S) ؛

③ ليكن (Δ) المستقيم (Δ) المعرف بارامتريا ب :

$$(\Delta):\quad \begin{cases} x=2-2t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases} \qquad (t\in\mathbb{R})$$

أ – بين أن: $(\Delta)\subset(P)$ ؛

ب – بين أن (Δ) مماس ل (S) محددا نقطة التماس.

التمرين الخامس :

الفضاء $(\mathcal{E})$ المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-2,1,2)$ و $B(2,3,0)$ و $C(-2,0,1)$.

و لتكن M مجموعة النقط بحيث : $AM=BM$

① ليكن (P) المستوى واسط القطعة $[AB]$. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) ؛

②– أ – حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من C و العمودي على (P) ؛

ب – أحسب المسافة : $d(A,(D))$ ؛

ج – أحسب المسافة : $d(A,(P))$ ؛

③– أ – حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي أحد أقطارها $[AB]$ ؛

ب – أدرس الوضع النسبي للمستوى (P) و الفلكة (S) .

التمرين السادس:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1,-1,3)$ والمستوى (P) المعرف بالمعادلة الديكارتية $(P):\ x-y+3z=0$.

①– أ – يحدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (OA)؛

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من A و العمودي على (OA)؛

ج – تحقق أن: $(P)//(Q)$ ؛

②– نعتبر الفلكة (S) المماسة للمستوى (Q) في A ، و التي يقطعها المستوى (P) وفق دائرة (C) مركزها O و شعاعها $R=\sqrt{33}$.

أ – بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) ينتمي إلى المستقيم (OA)،

ثم إستنتج أن $c=3a$ و $b=-a$؛

ب – بين أن : $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ، ثم إستنتج أن : $a-b+3c=-11$

ج – إستنتج إحداثيات Ω ، ثم بين أن شعاع الفلكة (S) هو $2\sqrt{11}$.

التمرين السابع:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$ و $C(3,3,3)$.

و الفلكة $(S):\ x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$.

①حدد Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R .

② ليكن (P) المستوى المار من A و العمودي على المستقيم (BC) . حدد معادلة المستوى (P) ؛

③بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) محددا شعاعها ؛

④– أ – حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على (P)؛

ب – حدد إحداثيات ω مركز الدائرة (C).

التمرين الثامن:

نعتبر في الفضاء (ξ) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(2,1,1)$ و $B(-2,1,-1)$ و $C(0,2,1)$ و $M(x,y,z)$.

①– أ – أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}$ ؛

ب – إستنتج أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من (ξ) بحيث : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=3$ هي فلكة (S) محددا مركزها Ω و شعاعها R .

②– أ – بين أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيميتين ؛

ب – تحقق أن $x+2y-2z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

ج – تحقق أن $\Omega\in(ABC)$ ثم إستنتج تقاطع (S) و (ABC) .

③ ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC). أحسب المسافة $d(O,(\Delta))$.

التمرين التاسع:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

① نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-3,2)$ وشعاعها $R=3$. حدد معادلة ديكارتية للفلكة ؛

② نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بارامتريا ب :

$$(\Delta):\quad \begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-2t \\ z=2+t \end{cases} \qquad (t\in\mathbb{R})$$

أ – بين أن (Δ) يقطع (S) في نقطتين I و J يتم تحديد زوج إحداثيتيهما. حيث أفصول I سالب.

ب – تحقق أن $[IJ]$ قطر للفلكة (S)؛

③نعتبر المستوى (P) المحدد بالنقط : $A(1,1,1)$ و $B(1,2,3)$ و $C(2,1,-1)$.

أ – أحسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) ؛

④– أ – أحسب المسافة $d(\Omega,(P))$؛

ب – تحقق أن : $(P)\perp(D)$ ؛

ج – حدد نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S) .