الهندسة الفضائية

التمرين الأول :

الفضاء $(\mathcal{E})$ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(-1,5,-3)$ و $\Omega(-3,4,-1)$

① حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω وتمر من A ؛

② حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) مماس الفلكة (S) في A ؛

www.physique-maths.com

③ ليكن (Δ) المستقيم الموجه بالمتجهة $\vec{u}(2,-1,1)$ و المار من $B(-1,0,0)$.

أ – أحسب مسافة النقطة Ω عن المستقيم (Δ) .

ب – حدد تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) .

التمرين الثاني :

نعتبر في الفضاء $(\mathcal{E})$ المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(2,1,1)$ و $B(-2,1,-1)$ و $C(0,2,1)$ و $M(x,y,z)$.

①– أ – أحسب الجداء السلمي $\vec{AM}.\vec{BM}$ ؛

ب – إستنتج أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من $(\mathcal{E})$ بحيث : $\vec{AM}.\vec{BM}=3$ هي فلكة (S) محددا مركزها Ω و شعاعها R .

②– أ – بين أن المتجهتين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مستقيميتين ؛

ب – تحقق أن $x+2y-2z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

ج – تحقق أن $\Omega\in(ABC)$ ثم إستنتج تقاطع (S) و (ABC) .

③ ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC) . أحسب المسافة $d(O,(\Delta))$.

التمرين الثالث :

الفضاء $(\mathcal{E})$ المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

① نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-3,2)$ وشعاعها $R=3$. حدد معادلة ديكارتية للفلكة ؛

② نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بارامتريا ب :

$$(\Delta):\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3-2t\\ z=2+t\end{cases}\qquad (t\in\mathbb{R})$$

أ – بين أن (Δ) يقطع (S) في نقطتين I و J يتم تحديد زوج إحداثيتيهما. حيث أفصول I سالب.

ب – تحقق أن $[IJ]$ قطر للفلكة (S)؛

③ نعتبر المستوى (P) المحدد بالنقط : $A(1,1,1)$ و $B(1,2,3)$ و $C(2,1,-1)$.

أ – أحسب $\vec{AB}\wedge\vec{AC}$.

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) ؛

④– أ – أحسب المسافة $d(\Omega,(P))$؛

ب – تحقق أن : $(P)\perp(D)$ ؛

ج – حدد نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S) .

التمرين الرابع :

نعتبر في الفضاء $(\mathcal{E})$ المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(-2,-1,-3)$ و $B(-3,0,-2)$ و $C(-4,2,1)$

① أحسب الجداء التجهي $\vec{AB}\wedge\vec{AC}$ ؛

② حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)؛

③ نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي : $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z+3=0$.

أ – حدد Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R .

ب – بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S)؛

ج – حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC)؛

د – حدد إحداثيتي H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) .

التمرين الخامس :

نعتبر في الفضاء $(\mathcal{E})$ المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(2,2,-2)$ و $B(-3,2,3)$ و $C(0,3,0)$ و $D(0,0,-3)$.

لتكن (S) مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق :

$$S=\left\{M / MA^2+MB^2=\frac{55}{2}\right\}$$

①– أ – أعط معادلة ديكارتية للمجموعة (S)؛

ب – إستنتج أن (S) فلكة محددا مركزها Ω و شعاعها R.

②– أ – أحسب الجداء التجهي $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CD}$؛

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ACD)؛

ج – أدرس الوضع النسبي ل (ABC) و (S)؛

③ ليكن (Δ) المستقيم (Δ) المعرف بارامتريا ب :

$$(\Delta): \begin{cases} x=2-2t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases} \qquad (t\in\mathbb{R})$$

أ – بين أن: $(\Delta)\subset(P)$؛

ب – بين أن (Δ) مماس ل (S) محددا نقطة التماس.

التمرين السادس:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-2,1,2)$ و $B(2,3,0)$ و $C(-2,0,1)$.

و لتكن M مجموعة النقط بحيث : $AM=BM$

① ليكن (P) المستوى واسط القطعة $[AB]$. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P)؛

②– أ – حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من C و العمودي على (P)؛

ب – أحسب المسافة : $d(A,(D))$؛

ج – أحسب المسافة : $d(A,(P))$؛

③– أ – حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي أحد أقطارها $[AB]$؛

ب – أدرس الوضع النسبي للمستوى (P) و الفلكة (S)؛

التمرين السابع:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1,-1,3)$ و المستوى (P) المعرف بالمعادلة الديكارتية $(P):\ x-y+3z=0$.

①– أ – يحدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (OA)؛

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من A و العمودي على (OA)؛

ج – تحقق أن : $(P)//(Q)$؛

②– نعتبر الفلكة (S) المماسة للمستوى (Q) في A، و التي يقطعها المستوى (P) وفق دائرة (C) مركزها O و شعاعها $R=\sqrt{33}$.

أ – بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) ينتمي إلى المستقيم (OA)،

ثم إستنتج أن $b=-a$ و $c=3a$؛

ب – بين أن : $\Omega A^2-\Omega O^2=33$، ثم إستنتج أن : $a-b+3c=-11$

ج – إستنتج إحداثيات Ω، ثم بين أن شعاع الفلكة (S) هو $2\sqrt{11}$.

التمرين الثامن:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$ و $C(3,3,3)$.

و الفلكة $(S):\ x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$.

① حدد Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R.

② ليكن (P) المستوى المار من A و العمودي على المستقيم (BC). حدد معادلة المستوى (P)؛

③ بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) محددا شعاعها؛

④– أ – حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على (P)؛

ب – حدد إحداثيات ω مركز الدائرة (C).

التمرين التاسع:

الفضاء (ξ) المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-1,0,-3)$ و $B(0,-1,4)$ و $C(-1,-1,7)$.

① أحسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$، ثم حدد معادلة (ABC)؛

② ليكن (S) الفلكة التي تحقق الشرطين التاليين :

أ – مركز الفلكة (S) ينتمي إلى (ABC)؛

ب – الفلكة (S) تقطع المستوى ذو المعادلة $y=3$ وفق دائرة مركزها $\omega(0,3,1)$ و شعاعها 3.