

الأعداد العقدية الجزء الثاني

التمرين رقم 1

1- حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 2z + 4 = 0$ (نسمي z_1 العدد ذو الجزء التخيلي الموجب)

2- اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي ثم الشكل الأسّي

3- نعتبر M و N هما صورتا z_1 و z_2 على التوالي

أ- بين أن المثلث OAM متساوي الأضلاع

ب- حدد صورة A بالدوران ذو المركز O والذي يحول N إلى M

4- نعتبر B النقطة ذات اللوح $-2i$ بين أن النقط M, N, A, B متداورة

التمرين رقم 2

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط A, B و C التي ألقاها على التوالي $a = 2 + 2i$ ،

$$c = (1 + \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - 3)i \text{ و } b = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

1- اكتب الشكل المثلثي لكل من a, b و c

2- نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$ ، $M'z'$ هي صورة النقطة Mz بالدوران r

$$\text{أ- بين أن: } z' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)z$$

ب- تحقق أن $ab = c$ واستنتج أن C هي صورة A بالدوران r

3- احسب عمدة العدد العقدي c

التمرين رقم 3

1- انشر $(\sqrt{2} + 2)^2$

2- حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 + (\sqrt{2} + 2)z + 3 + 2\sqrt{2} = 0$

3- نضع $u = -\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)(1-i)$ و $v = -\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)(1+i)$

أ- تحقق أن العدد العقدي $\left(\frac{v}{u}\right)$ تخيلي صرف

ب- نعتبر النقطتين A و B والتي تقبلان العددين العقديان u و v كحقيقتين لهما على التوالي، حدد قياسا للزاوية $(\overline{OA}; \overline{OB})$

ج- استنتج أن التمثيل العقدي للدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B هو $z' = iz$

4- نعتبر C النقطة في المستوى العقدي ذات اللوح $c = 1 - 3i$ ،

أ- حدد النقطة D صور C بالدوران R

ب- بين أن $(AC) \perp (BD)$

5- حدد لحوق النقطة E بحيث يكون الرباعي $OCED$ معيناً

6- أ- حدد التمثيل العقدي للإزاحة f ذات المتجهة \overline{OC}

ب- حدد التمثيل العقدي للتطبيق $f = toR$

ج- حدد طبيعة التطبيق f وحدد عناصره المميزة

التمرين رقم 4

1- أ- حل في \mathbb{C} المعادلة (1) $z^2 - 2z + 4 = 0$ نضع u و v حلي المعادلة حيث $Im(u) > 0$

ب اكتب u و v على الشكل المثلثي ثم احسب $u^3 + v^3$

2- نعتبر في \mathbb{C} الأعداد العقدية $a = 1 + i\sqrt{3}$ ، $b = \bar{a}$ ، $c = -1 + i\sqrt{3}$ و $d = 2$ ذات الألقاق A, B, C, D و D على التوالي

أ- حدد معاير الأعداد a, b, c, d ثم استنتج أن النقط A, B, C, D متداورة

ب- حدد معادلة ديكارتية للدائرة التي تضم النقط A, B, C, D

3- نعتبر R الدوران ذو المركز O والذي يحول B إلى C

أ- حدد زاوية الدوران R

ب- اكتب التمثيل العقدي للدوران R

ج- حدد صورة النقطة D بالدوران R

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} الحدودية $P(z) = z^3 - 2z^2(1+i) + (5+4i)z - 10i$

1- تحقق أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا

2- حدد الأعداد الحقيقية α, β, δ بحيث

$$P(z) = (z - 2i)(\alpha z^2 + \beta z + \delta).$$

3- حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z)=0$

4- في المستوى العقدي المزود بالمعلم m, m, m , (O, \vec{u}, \vec{v}) , نعتبر النقط A, B, C ذات الألفاق $a=3, b=1+2i$ و

$c = 1 - 2i$ على التوالي والدوران r ذو المركز B والزاوية $\frac{3\pi}{4}$, حدد $A'_{(a)}$ صورة النقطة $A_{(3)}$ بالدوران r

5- احسب العدد $\frac{b-a'}{b-c}$ ثم استنتج أن النقط A', B, C مستقيمية و حدد التمثيل العقدي للتحاكي ذو المركز B والذي

يحول C إلى A'