

## الأعداد العقدية

### تمارين

(أ) بين أن  $\frac{c-a}{b-a} = e^{\frac{i\pi}{3}}$

(ب) استنتج طبيعة المثلث  $(ABC)$

تمرين 9:

- (1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 6z + 34 = 0$   
 (2) المستوى منسوب إلى  $M$  م م م  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  نعتبر النقط  $A(3+5i)$  و  $B(3-5i)$  و  $C(7+3i)$

(أ) بين أن  $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = 2i$

(ب) استنتج أن  $ABC$  قائم الزاوية و أن  $BC = 2AC$

تمرين 10:

- (1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 + 2z + 4 = 0$   
 نضع  $z_1 = \frac{u_1}{1+i}$  و  $z_2 = \frac{u_2}{1+i}$  بحيث  $\text{Im}(z_1) < 0$

و  $u_1$  و  $u_2$  حلي المعادلة

(أ) أكتب  $z_1$  و  $z_2$  على الشكل المثلثي

(ب) نضع  $a = -1+i$  و  $b = \sqrt{3}a$  تحقق أن

$$z_1 + z_2 = a \quad \text{و} \quad z_1 - z_2 = b$$

(3) المستوى منسوب إلى  $M$  م م م  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  و

نعتبر النقط  $M_1(z_1)$  و  $M_2(z_2)$  و  $A(a)$  و

$B(b)$

(أ) بين أن  $(OM_2M_1B)$  متوازي أضلاع

(ب) أحسب  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{M_2M_1})$  ثم حدد طبيعة  $(OM_2AM_1)$

تمرين 11:

- (1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 8z + 19 = 0$   
 (2) نضع  $z_0 = 3$  و  $z_1 = 4 - i\sqrt{3}$  و  $z_2 = 4 + i\sqrt{3}$  و

$$z_3 = 2 + i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_4 = 1$$

(أ) بين أن  $\frac{z_3 - z_1}{z_4 - z_1} \times \frac{z_4 - z_2}{z_3 - z_2} = 2$

(ب) أكتب على الشكل المثلثي كلا من  $Z = \frac{z_2 - z_0}{z_1 - z_0}$  و

$\frac{\bar{Z}}{Z}$  (3) المستوى منسوب إلى  $M$  م م م م  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  نعتبر

النقط  $A(z_1)$  و  $B(z_2)$  و  $C(z_3)$  و  $I(z_4)$

بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $I$  متداورة

تمرين 1: أكتب على الشكل المثلثي

$$z = \sqrt{2} + i\sqrt{2} \quad (1) \quad z = 2\sqrt{3} - 2i \quad (2)$$

$$z = -\sqrt{3} + 3i \quad (3) \quad z = -\sqrt{2} - i\sqrt{6} \quad (4)$$

تمرين 2: أكتب على الشكل المثلثي لكل من

$$w = (-\sqrt{2} + i\sqrt{6})(-2 + 2i)$$

$$q = (-\sqrt{2} + i\sqrt{6})^4 \quad s = \frac{-\sqrt{2} + i\sqrt{6}}{-2 + 2i}$$

$$m = 4i \frac{(-\sqrt{2} + i\sqrt{6})^{10}}{(-2 + 2i)^8} \quad r = -2i(-2 + 2i)^4$$

تمرين 3:

أحسب  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2010} + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2011}$

تمرين 4: نضع  $Z = \frac{-\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{1 + i\sqrt{3}}$

(1) أكتب  $Z$  على الشكل الجبري

(2) أكتب  $Z$  على الشكل المثلثي

(3) استنتج قيمة  $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

تمرين 5: نضع  $Z = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

(1) أكتب  $Z$  على الشكل المثلثي

(2) حدد العدد  $u$  بحيث  $Zu = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

(3) أكتب  $Zu$  على الشكل الجبري

(4) استنتج قيمة  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  و  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

تمرين 6: أكتب باستعمال الترميز الأسّي

$$z = i\sqrt{6}(\sqrt{3} - i\sqrt{3})^3 \quad (1)$$

$$z = (-\sqrt{2} + i\sqrt{6})(-\sqrt{5} - i\sqrt{15}) \quad (2)$$

$$z = \frac{2\sqrt{3} + 2i}{1 - i\sqrt{3}} \quad (3)$$

تمرين 8: نضع  $j = e^{\frac{i2\pi}{3}}$

(1) أحسب  $j^3$  و بين أن  $j^2 = \bar{j}$

(2) بين أن  $1 + j + j^2 = 0$

(3) نعتبر النقط  $A(a)$  و  $B(b)$  و  $C(c)$  بحيث

$$a + bj + cj^2 = 0$$