

## المعادلات من الدرجة الثانية في $\mathbb{C}$

ملخص:

$$az^2 + bz + c = 0 \quad a \text{ و } b \text{ و } c \text{ أعداد حقيقية معلومة و } z \text{ عدد عقدي مجهول}$$

أولاً: تحديد قيمة كل من  $a =$  و  $b =$  و  $c =$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \text{ثم حساب المميز } \Delta$$

ثانياً: إشارة المميز:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ إذا كان } \Delta > 0 \text{ فإن } z = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ أو } z = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ & \bullet \text{ إذا كان } \Delta = 0 \text{ فإن } z = \frac{-b}{2a} \\ & \bullet \text{ إذا كان } \Delta < 0 \text{ فإن } z = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ أو } z = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \end{aligned}$$

### الأخطاء الشائعة:

$$b^2 = (-7)^2 = \cancel{-49} \text{ نجد } b = -7 \text{ في حالة } \Delta \text{ أخطاء عند حساب}$$

$$\text{والصحيح } b^2 = (-7)^2 = 49$$

• والخطأ الثاني عند حساب  $b^2 - 4ac$

$$\text{نأخذ مثلاً } a = 2 \text{ و } b = 3 \text{ و } c = -2$$

$$b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2)$$

الخطأ في ترتيب العمليات

$$= \frac{9 - 4}{5} \times 2 \times (-2)$$

❖ لتجاوز مثل هذه الأخطاء نقوم بحساب  $b^2$  و  $ac$  ثم  $4ac$  وفي الأخير نحسب قيمة  $\Delta$

$$a = 2 \text{ و } b = 3 \text{ و } c = -2$$

$$b^2 = 9 \quad ac = 2 \times (-2) = -4 \quad 4ac = -16$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - (-16) = 25$$

• لنحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 + z + 1 = 0$

$$c=1 \quad \text{و} \quad b=1 \quad \text{و} \quad a=1$$

$$4ac=4 \quad ac=1 \times 1=1 \quad b^2=1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3$$

$$i\sqrt{-\Delta} = i\sqrt{3}$$

$$z = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right\}$$

• لنحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 + z + 2 = 0$

$$c=2 \quad \text{و} \quad b=1 \quad \text{و} \quad a=1$$

$$4ac=8 \quad ac=1 \times 2=2 \quad b^2=1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7$$

$$i\sqrt{-\Delta} = i\sqrt{7}$$

$$z = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z = \frac{-1 - i\sqrt{7}}{2} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-1 + i\sqrt{7}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 + i\sqrt{7}}{2}, \frac{-1 - i\sqrt{7}}{2} \right\}$$

• لنحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $5z^2 + 2z + 4 = 0$

$$c=4 \quad \text{و} \quad b=2 \quad \text{و} \quad a=5$$

$$4ac = 80 \quad ac = 5 \times 4 = 20 \quad b^2 = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 80 = -76$$

$$i\sqrt{-\Delta} = i\sqrt{76}$$

$$z = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z = \frac{-2 + i\sqrt{76}}{2 \times 5} = \frac{-2 + i\sqrt{4 \times 19}}{2 \times 5} = \frac{-\cancel{2} + \cancel{2}i\sqrt{19}}{\cancel{2} \times 5} = \frac{-1 + i\sqrt{19}}{5}$$

$$z = \frac{-2 - i\sqrt{76}}{2 \times 5} = \frac{-2 - i\sqrt{4 \times 19}}{2 \times 5} = \frac{-\cancel{2} - \cancel{2}i\sqrt{19}}{\cancel{2} \times 5} = \frac{-1 - i\sqrt{19}}{5} \quad \text{أو}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 + i\sqrt{19}}{5}; \frac{-1 - i\sqrt{19}}{5} \right\}$$

• لنحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $2z^2 + z - 3 = 0$

$$c = -3 \quad \text{و} \quad b = 1 \quad \text{و} \quad a = 2$$

$$4ac = -24 \quad ac = 2 \times (-3) = -6 \quad b^2 = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

$$z = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z = \frac{-1 - 5}{2 \times 2} = \frac{-6}{2 \times 2} = \frac{-3}{2} \quad \text{أو} \quad z = \frac{-1 + 5}{2 \times 2} = \frac{4}{4} = 1$$

$$S = \left\{ 1; \frac{-3}{2} \right\}$$

• لنحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $3z^2 - 2z + 4 = 0$

$$c = 4 \quad \text{و} \quad b = -2 \quad \text{و} \quad a = 3$$

$$4ac = 48$$

$$b^2 = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 48 = -44$$

$$\begin{aligned}i\sqrt{-\Delta} &= i\sqrt{44} \\ &= i\sqrt{4 \times 11} \\ &= 2i\sqrt{11}\end{aligned}$$

$$z = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ أو } z = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z = \frac{2 - 2i\sqrt{11}}{2 \times 3} = \frac{1 - i\sqrt{11}}{3} \text{ أو } z = \frac{2 + 2i\sqrt{11}}{2 \times 3} = \frac{1 + i\sqrt{11}}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{1 + i\sqrt{11}}{3}, \frac{1 - i\sqrt{11}}{3} \right\}$$

• لنحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $z^2 - 8z + 17 = 0$

$$c = 17 \text{ و } b = -8 \text{ و } a = 1$$

$$4ac = 68$$

$$b^2 = 64$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -4$$

$$i\sqrt{-\Delta} = i\sqrt{4} = 2i$$

$$z = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ أو } z = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z = 4 - i \text{ أو } z = \frac{8 + 2i}{2} = 4 + i$$

$$S = \{4 - i; 4 + i\}$$