

$$(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{-1+2u_n}{u_n} \text{ و } u_0 = 2$$

$$v_n = \frac{1}{-1+u_n} \quad \mathbb{N} \text{ من } n \text{ لكل}$$

(1) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددًا عناصرها.

(2) حدد v_n ثم u_n بدلالة n

(3) أحسب $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ بدلالة n

(4) احسب $\lim u_n$ و $\lim S_n$

التمرين 6 : نعتبر المتتالية (u_n) العددية المعرفة بما

$$u_{n+1} = 1 + \frac{3}{4u_n} \quad ; \quad \mathbb{N} \text{ من } n \text{ ولكل } u_0 = 3$$

1. بين أن $1 < u_n \leq 3$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

2. تحقق من أن (u_n) ليست رتيبة

3. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{2u_n + 1}{2u_n - 3}$

a. بين أن (v_n) هندسية واحسب v_n بدلالة n

b. استنتج u_n بدلالة n واحسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين 7 : نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad v_n = \frac{1}{n} u_n \quad \text{ونضع} \quad \begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2n+2}{3n} u_n ; (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$$

1. أحسب u_2

2. أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية

ب- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

3. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{u_1}{1} + \frac{u_2}{2} + \dots + \frac{u_n}{n}$

4. احسب $\lim u_n$ و $\lim S_n$

التمرين 8 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\mathbb{N} \text{ من } n \text{ لكل } u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \text{ و } u_0 = 3$$

(1) بين أن لكل n من \mathbb{N} لدينا : $2 < u_n \leq 3$

(2) ادرس رتبة (u_n) واستنتج أنها متقاربة

$$(3) \text{ نضع } f(x) = \frac{5x-4}{x+1}$$

بين أن f متصلة و تزايدية على المجال $I = [2; 3]$

وأن $f(I) \subset I$. استنتج نهاية (u_n)

(4) نضع $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$ لكل n من \mathbb{N}

بين أن (v_n) حسابية واستنتج u_n بدلالة n و $\lim(u_n)$

التمرين 1 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - u_n^2 \right); \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}; 0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}$

2. ادرس رتبة (u_n)

3. أ- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; \frac{1}{2} - u_{n+1} \leq \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$

ب- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}; \frac{1}{2} - u_n \leq \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \right)^n$

ج- استنتج نهاية المتتالية (u_n)

التمرين 2 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}). u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2} \text{ و } u_0 = 1$$

(1) احسب u_1 و u_2

(2) نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim u_n$

التمرين 3 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n} \text{ و } u_0 = \frac{1}{2}$$

(1) أ- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < u_n < 1$

ب- ادرس رتبة المتتالية (u_n)

(2) نضع $v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$

(a) بين أن (v_n) هندسية محددًا عناصرها المميزة

(b) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim u_n$

التمرين 4 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{1}{4} u_n + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \right)^n \text{ و } u_0 = 0$$

(1) أحسب u_1 و u_2

(2) نضع $v_n = u_n - \left(\frac{3}{4} \right)^n$

(a) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها

وحدتها الأول

(b) أحسب u_n بدلالة n واستنتج $\lim u_n$

التمرين 5 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :