## عموميات حول المتتاليات العددية

المتتالية العددية هي تطبيق من $\mathbb{N}$ ( أوجزء $I$ من $\mathbb{N}$ ) نحو $\mathbb{R}$ حيث $I=\{n\in\mathbb{N} / n\geq p\}$

$$u : I \to \mathbb{R}$$
$$n \mapsto u(n)=u_n$$

( نضع $u=(u_n)_{n\in I}$ )

| | | |
|---|---|---|
| $(u_n)_{n\in I}$ محدودة : $[\exists(m;M)\in\mathbb{R}^2](\forall n\in I)$: $m\leq u_n\leq M$ | $(u_n)_{n\in I}$ مكبورة : $(\exists M\in\mathbb{R})(\forall n\in I) : u_n\leq M$ | $(u_n)_{n\in I}$ مصغورة : $(\exists m\in\mathbb{R})(\forall n\in I) : u_n\geq m$ |
| $(u_n)_{n\in I}$ تزايدية قطعا: $\forall n\in I;\ u_{n+1}>u_n$ | $(u_n)_{n\in I}$ تناقصية: $\forall n\in I;\ u_{n+1}\leq u_n$ | $(u_n)_{n\in I}$ ثابتة : $\forall n\in I;\ u_{n+1}=u_n$ |

## المتتاليات الحسابية و المتتاليات الهندسية

| | المتتالية الحسابية | المتتالية الهندسية |
|---|---|---|
| العلاقة الترجعية | $(u_n)_{n\geq p} : \begin{cases} u_p \\ u_{n+1}=u_n+r \end{cases}$ <br> $r$ هو الأساس و $u_p$ حدها الأول | $(v_n)_{n\geq p} : \begin{cases} v_p \\ v_{n+1}=qv_n \end{cases}$ <br> $q$ هو الأساس و $v_p$ حدها الأول |
| صيغة الحد العام أو العلاقة بين حدين من حدود المتتالية | $u_n=u_p+(n-p)r$ | $v_n=v_p\times q^{(n-p)}$ |
| العلاقة بين ثلاثة حدود متتابعة حيث $n>p$ | $2u_n=u_{n-1}+u_{n+1}$ | $(v_n)^2=v_{n-1}\times v_{n+1}$ |
| مجموع حدود متتابعة حيث $n>p$ | $S=u_p+\cdots+u_n$ <br> $S=\left(\frac{n-p+1}{2}\right)(u_p+u_n)$ | $S=v_p+\cdots+v_n$ <br> $S=v_p\times\frac{1-q^{(n-p+1)}}{1-q}$ |

الثانية باك علوم إقتصادية — المتتاليات العددية

## العمليات على النهايات

| الأشكال المحددة | الأشكال الغير محددة |
|---|---|
| $\frac{l}{\infty}=0$ ، $(l\neq 0);\ \frac{l}{0}=\infty$ ، $\infty\times\infty=\infty$ <br> $(l\neq 0);\ l\times\infty=\infty$ | $\frac{0}{0}$ ، $\frac{\infty}{\infty}$ ، $0\times\infty$ ، $(+\infty)+(-\infty)$ |

## مصاديق التقارب

| | | | |
|---|---|---|---|
| إذا كان $\begin{cases} \lvert u_n-L\rvert\leq v_n \\ \lim v_n=0 \end{cases}$ فإن $\lim u_n=L$ | إذا كان $\begin{cases} v_n\leq u_n \\ \lim v_n=+\infty \end{cases}$ فإن $\lim u_n=+\infty$ | إذا كان $\begin{cases} u_n\leq v_n \\ \lim v_n=-\infty \end{cases}$ فإن $\lim u_n=-\infty$ | إذا كان $\begin{cases} v_n\leq u_n\leq w_n \\ \lim v_n=\lim w_n=L \end{cases}$ فإن $\lim u_n=L$ |

| | | |
|---|---|---|
| **خاصية** | كل متتالية تزايدية و مكبورة تكون متقاربة | كل متتالية تناقصية و مصغورة تكون متقاربة |
| **نهاية المتتالية** $(q^n)$ **حيث** $q\in\mathbb{R}^*$ | إذا كان $q>1$ | فإن $\lim q^n=+\infty$ |
| | إذا كان $q=1$ | فإن $\lim q^n=1$ |
| | إذا كان $-1<q<1$ | فإن $\lim q^n=0$ |
| | إذا كان $q\leq -1$ | فإن $(q^n)$ ليس لها نهاية |
| $p$ عدد صحيح نسبي يخالف $0$ | إذا كان $p>0$ فإن $\lim(n^p)=+\infty$ <br> إذا كان $p<0$ فإن $\lim(n^p)=0$ | |
| **خاصية هامة :** لتكن $(u_n)_{n\geq p}$ متتالية عددية و $I$ مجال من $\mathbb{R}$ | **إذا كان :** <br> ❖ $f$ متصلة على $I$ و $f(I)\subset I$ <br> ❖ $u_0\in I$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ <br> ❖ $(u_n)_{n\geq p}$ متقاربة | **فإن :** نهاية $(u_n)$ هي حل للمعادلة $f(x)=x$ في $I$ |

www.physique-maths.com

**Prof: AZIZ HALIB**