الحساب التكاملي

تمرين 1 :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=(2-x)e^x-x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (الوحدة $1cm$)

وليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y=-x$

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_{-1}^{0}(2-x)e^x\,dx=3-\frac{4}{e}$
2. استنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

تمرين 2 :

1. تحقق من أن: $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$ لكل x من $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$
2. بين أن: $\int_0^2\frac{x^2}{x+1}\,dx=\ln 3$
3. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_0^2 x\ln(x+1)\,dx=\frac{3}{2}\ln 3$

تمرين 3 :

نضع: $I=\int_{-2}^{-1}\frac{x}{x+3}\,dx$ و $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)\,dx$

1. أ ـ تحقق من أن: $\frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x يخالف -3 .
   ب ـ بين أن: $I=1-3\ln 2$
2. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $J=-I$

تمرين 4 :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (الوحدة $1cm$)

وليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x-1$

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}\,dx=1-\frac{2}{e}$ (ضع: $u'(x)=\frac{1}{x^2}$ و $v(x)=\ln x$)
2. بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي $\left(1-\frac{1}{e}\right)cm^2$.

تمرين 5 :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=x-(\ln x)^2$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ وليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$

1. بين أن $H:x\mapsto x\ln x-x$ دالة أصلية للدالة $\ln:x\mapsto\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$
   ثم بين أن $\int_1^e\ln x\,dx=1$
2. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$
3. احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

تمرين 6 :

1. حدد الدوال الأصلية للدالة $x\mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$ على $\mathbb{R}$ و تحقق من أن: $\int_1^{\sqrt{2}}2x(x^2-1)^{2009}\,dx=\frac{1}{2010}$
2. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_0^2(2x+1)\ln(x+1)\,dx=6\ln 3-2$