الدوال الأسية

تمرين: 1

أحسب النهايات التالية:

1. $\lim_{x\to+\infty} xe^x - x + 1$
2. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x}{e^x(1-e^{-x})^2}$
3. $\lim_{x\to+\infty} 1 - x + \dfrac{1}{e^x+1}$
4. $\lim_{x\to 0} \dfrac{xe^x}{(e^x-1)^2}$
5. $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{1}{xe^x}$
6. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$
7. $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} xe^{\frac{1}{x}}$
8. $\lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}} xe^{\frac{1}{x}}$

تمرين: 2

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي:

$$f(x) = (1-x)e^x$$

وليكن $(\mathscr{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1. بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3. حدد إشارة $f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.
4. بين أن: $f'(x) = -xe^x$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة f .
5. حدد الفرع اللانهائي للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بجوار $+\infty$.
6. أنشئ $(\mathscr{C}_f)$ في المعلم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

تمرين: 3

$I-$ نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$g(x) = e^{-x}(1-x) + 1$$

1. أ ـ بين أن: $g'(x) = e^{-x}(x-2)$ لكل x من $\mathbb{R}$

   ب ـ استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $(x-2)$
2. أ ـ ضع جدول تغيرات الدالة g (تحديد النهايات غير مطلوب.)

   ب ـ استنتج أن $0 < g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

$II-$ نعتبر f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x\left(e^{-x}+1\right)$$

وليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (الوحدة: $2cm$)

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ (تذكر أن: $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$)
2. بين أن المستقيم $(\mathscr{D})$ ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.
3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم $(\mathscr{D})$
4. بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
5. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الأفصول 0 .
6. أنشئ (T), $(\mathscr{D})$ و $(\mathscr{C})$.

■ تمرين : 4

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بمايلي:

$$f(x)=\frac{5x-5}{e^x}$$

وليكن $(\mathscr{C}_f)$ المنحنى المثل للدالة في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. (الوحدة: $2cm$)

1 تحقق أنه لكل عدد حقيقي x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$: $f(x)=\dfrac{5-\dfrac{5}{x}}{\dfrac{e^x}{x}}$

2 استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

3 أ ـ بين أنه لكل عدد حقيقي موجب: $f'(x)=\dfrac{-5x+10}{e^x}$.

ب ـ أدرس إشارة الدالة f' .

ج ـ اعط جدول تغيرات الدالة f .

4 أنشئ $(\mathscr{C}_f)$.

■ تمرين : 5

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$f(x)=\left(x^2+x+1\right)e^x$$

وليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى المثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (الوحدة: $2cm$) و $\mathscr{C}_{exp}$ المنحنى المثل للدالة الأسية النيبرية.

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب ـ حدد $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x$.

ج ـ استنتج أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$. اعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أ ـ بين أن:

$$f'(x)=(x+1)(x+2)e^x$$

ب ـ أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ج ـ اعط جدول تغيرات الدالة f .

3) حدد إشارة الدالة f على $\mathbb{R}$.

4) أ ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة $\mathscr{C}_{exp}$.

ب ـ أنشئ المنحنيين $\mathscr{C}_f$ و $\mathscr{C}_{exp}$.