سلسلة تمارين الهندسة الفضائية

التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

لتكن (S) الفلكة ذات المعادلة:

$$x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$$

وليكن (P) المستوى ذو المعادلة $y-z=0$

1. أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,1,1)$ وشعاعها $R=2$

ب- أحسب $d(\Omega,P)$ ثم استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C)

ج- حدد مركز وشعاع الدائرة (C)

2. ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة $A(1,-2,2)$ والعمودي على المستوى (P).

أ- بين أن $\vec{u}(0,1,-1)$ هي متجهة موجهة ل (Δ)

ب- بين أن $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$ ثم استنتج أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في نقطتين I و K.

ت- حدد إحداثيات كل من I و K.

التمرين الثاني:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

لتكن (S) الفلكة ذات المركز $\Omega(2,1,2)$ والشعاع $R=3$. وليكن المستوى (P) المار من النقطة $A(-1,0,3)$ ومتجهته الموجهة هي $\vec{n}(4,0,-3)$

1. بين أن المعادلة الديكارتية للفلكة (S) هي:

$$x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$$

2. بين أن $4x-3z+13=0$ هي معادلة المستوى (P)

3. أ- تحقق من أن $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1 \\ z=2-3t \end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$ هو تمثيل بارمتري للمستقيم (Δ) المار من $\Omega(2,1,2)$ والعمودي على المستوى (P)

ب- حدد إحداثيات H تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (P)

ث- أحسب $d(\Omega,P)$ مسافة Ω عن المستوى (P)

ج- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) في نقط يجب تحديد إحداثياتها.

التمرين الثالث:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط التالية $A(0,-2,-2)$ و $C(-3,-1,2)$ و $B(1,-2,-4)$.

1. بين أن: $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2. لتكن (S) الفلكة التي معادلتها

$$x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$$

تحقق أن مركز (S) هو $\Omega(1,0,1)$ وشعاعها هو $R=5$

3. حدد تمثيل بارمتري للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على المستوى (ABC)

4. حدد إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC)

5. بين أن $d(\Omega,ABC)=3$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة محددا شعاعها ومركزها.

التمرين الرابع:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط التالية $A(2,1,1)$ و $C(4,3,-3)$ و $B(2,-1,1)$ و $\Omega(2,0,1)$. ولتكن المتجهة $\vec{n}(1,-2,2)$

ليكن (P) المستوى المار من C و $\vec{n}$ منظمية عليه. وليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على المستوى (P).

1. بين أن معادلة (P) هي $x-2y+2z+8=0$

2. بين أن $d(\Omega,P)=4$

3. حدد تمثيل بارمتري للمستقيم (Δ)

4. بين أن تقاطع (Δ) و (P) يتم في نقطة $H\left(\frac{2}{3},\frac{8}{3},\frac{-5}{3}\right)$

5. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=24$. بين أن (S) فلكة محددا مركزها وشعاعها.

6. بين أن (P) يقطع (S) وفق دائرة (C) محددا مركزها وشعاعها.

دروس الدعم في الفيزياء والرياضيات

التمرين الخامس:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط التالية $A\left(2,1,0\right)$ و $C\left(2,0,1\right)$

و $B\left(0,1,1\right)$ و $E\left(1,-1,1\right)$ و $F\left(-2,-1,1\right)$ و $\Omega\left(\frac{-1}{2},-1,1\right)$

1. أ- أحسب $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$
   ب- أحسب S_{ABC}
   ح- بين أن النقط A و B و C تشكل مستوى $\left(ABC\right)$
   خ- بين أن معادلة المستوى $\left(ABC\right)$ هي:
   $$x+2y+2z-4=0$$
2. أعط تمثيل بارمتري للمستقيم $\left(\Delta\right)$ المار من Ω والعمودي على المستوى $\left(ABC\right)$
3. لتكن $\left(S\right)$ مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ من الفضاء التي تحقق $EM^2+FM^2=\frac{25}{2}$ بين أن $\left(S\right)$ فلكة مركزها Ω وشعاعها $R=2$
4. بين أن $d\left(\Omega,\text{ABC}\right)=\frac{3}{2}$
5. استنتج أن المستوى $\left(ABC\right)$ يقطع الفلكة $\left(S\right)$ وفق دائرة محددا مركز وشعاع هذه الدائرة.

التمرين السادس:

نعتبر الفلكة $\left(S\right)$ التي معادلتها الديكارتية:

$$x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$$

والمستوى $\left(P\right)$ الذي معادلته $x+2y+2z+2=0$

1. حدد Ω مركز و R شعاع الفلكة $\left(S\right)$
2. بين أن المستوى $\left(P\right)$ مماس للفلكة $\left(S\right)$
3. أوجد معادلة ديكارتية للمستوى $\left(\text{Q}\right)$ المماس للفلكة $\left(S\right)$ في النقطة $B\left(3,2,0\right)$
4. بين أن المستويين $\left(P\right)$ و $\left(\text{Q}\right)$ متعامدان
5. ليكن $\left(\text{D}\right)$ المستقيم المار من النقطة $A\left(1,1,1\right)$ والموازي للمستويين $\left(P\right)$ و $\left(\text{Q}\right)$
   أ- أعط تمثيل بارمتري للمستقيم $\left(\text{D}\right)$
   ب- أحسب مسافة النقطة Ω عن المستقيم $\left(\text{D}\right)$
   ت- استنتج أن المستقيم $\left(\text{D}\right)$ يقطع الفلكة $\left(S\right)$ في نقطتين مختلفتين.

التمرين السابع:

نعتبر النقطتين $A\left(2,1,0\right)$ و $B\left(4,2,2\right)$ والمستوى $\left(P\right)$ الذي معادلته $2x+y+2z-5=0$

1. حدد معادلة الفلكة $\left(S\right)$ التي أحد أقطارها $\left[AB\right]$
2. بين أن المستوى $\left(P\right)$ مماس للفلكة $\left(S\right)$ في النقطة $A\left(2,1,0\right)$
3. ليكن $\left(\Delta\right)$ المستقيم المار من النقطة B والموجه بالمتجهة $\vec{u}=2\vec{j}-\vec{k}$
   أ- بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ يوازي قطعا المستوى $\left(P\right)$
   ب- بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ مماس للفلكة $\left(S\right)$ في النقطة B
4. بين أن المستوى $\left(\text{Q}\right)$ الذي معادلته $z=0$ يقطع الفلكة $\left(S\right)$ فق دائرة ينبغي تحديدها

التمرين الثامن:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A\left(1,1,1\right)$ و $C\left(-3,2,5\right)$ و $B\left(0,1,2\right)$ وليكن $\left(P\right)$ المستوى الذي معادلته الديكارتية $x-y-z+2=0$.

1. أ- بين أن النقط A و B و C و O غير مستوائية
   ت- حدد معادلة ديكارتية للمستوى $\left(ABC\right)$
   ث- بين أن المستويين $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ متعامدان
2. ليكن $\left(\Delta\right)$ المستقيم المار من O والعمودي على المستوى $\left(P\right)$
   أ- حدد تمثيل بارمتري للمستقيم $\left(\Delta\right)$
   ب- حدد تقاطع المستقيم $\left(\Delta\right)$ والمستوى $\left(P\right)$
3. لتكن $\left(S\right)$ الفلكة التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2=0$
   أ- حدد مركز وشعاع الفلكة $\left(S\right)$
   ب- بين أن المستوى $\left(ABC\right)$ مماس للفلكة $\left(S\right)$
   ت- بين أن تقاطع المستوى $\left(P\right)$ والفلكة $\left(S\right)$ هو دائرة ينبغي تحديد مركزها وشعاعها

التمرين التاسع:

نعتبر النقط التالية $A\left(2,0,3\right)$ و $C\left(0,0,3\right)$ و $B\left(0,4,-3\right)$ و $D\left(0,0,-3\right)$

1. بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في النقطة D ثم أحسب مساحته
2. بين أن المستقيم $\left(\text{AC}\right)$ عمودي على المستوى $\left(BCD\right)$
3. حدد حجم الرباعي $ABCD$

للتواصل معنا نضع رهن إشارتكم البريد الإلكتروني:

Star.maths.physique@gmail.com

الأستاذ: عزيز حاليب