سلسلة تمارين : دراسة و تمثيل الدوال العددية

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x)=x-1-\sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أدرس اتصال f على D_f
3. أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f
4. بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ و بجوار $-\infty$
5. ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)
6. أدرس قابلية اشتقاق f على D_f و أول هندسيا النتائج
7. أحسب $f'(x)$ لكل x من $D_f-\{0\}$ و ضع جدول تغيرات الدالة f .
8. أكتب معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=2$.
9. بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل على $]1,+\infty[$ في نقطة وحيدة أفصولها α حيث $\alpha\in\left]2,\frac{5}{2}\right[$
10. بين أن $\alpha-(\alpha)^{\frac{1}{3}}=1$
11. بين أن $\left(g^{-1}\right)'(0)=\dfrac{2(\alpha-1)^3}{1+2(\alpha-1)^3}$
12. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$f(x)=\frac{x\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-2}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f
3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{3}x$ اتجاه مقارب ل (C_f) بجوار $+\infty$.
4. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)
5. أدرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليمين
6. بين أن $f'(x)=\dfrac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(3\sqrt{x}-2\right)^2}$ لكل $x\in D_f-\{0\}$
7. أدرس إشارة $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات f
8. بين أن $f''(x)=\dfrac{3\left(2-\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}\left(3\sqrt{x}-2\right)^4}$ لكل $x\in D_f-\{0\}$
9. أدرس تقعر المنحنى (C_f) وحدد إحداثيي A نقطة انعطافه.
10. حدد معادلة المماس ل (C_f) في النقطة A
11. أنشئ (C_f)

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\left(\frac{x+1}{x}\right)\sqrt[3]{x^3+1}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f
3. أدرس قابلية اشتقاق f على يمين -1 و أول النتيجة هندسيا .
4. بين أن لكل $x\in D_f-\{-1\}$ لدينا $f'(x)=\dfrac{x^4-1}{x^2\sqrt[3]{\left(x^3+1\right)^2}}$ ثم ضع جدول تغيرات f
5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$
6. ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) في $\mathbb{R}_+^*$
7. أنشئ (C_f) نأخذ $\sqrt[3]{2}=1.25$

التمرين الرابع

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي :

$$f(x)=x\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)$$

1. أحسب نهايات f عند محدات D_f
2. بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن : $f'(x)=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)^2}{\sqrt{x^2+3}}$ ثم ضع جدول تغيرات f
3. أدرس الفرعين اللانهائيين ل (C_f)
4. حدد معادلة المماس ل (C_f) في النقطتين اللتين أفصولاهما -1 و 0
5. أنشئ (C_f)
6. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال ينبغي تحديده.
7. أحسب $\left(f^{-1}\right)'(3)$
8. أنشئ $\left(C_{f^{-1}}\right)$ في نفس المعلم السابق

التمرين الخامس

لتكن f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+2}-1}$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. ادرس قابلية اشتقاق f على يمين -2 و أول هندسيا النتيجة
3. أحسب نهايات f عند محدات D_f
4. أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f)
5. بين أن $f'(x)=\dfrac{\left(\sqrt{x+2}-1\right)^2+1}{2\left(\sqrt{x+2}-1\right)^2\sqrt{x+2}}$ لكل x من $D_f-\{-2\}$. ضع جدول تغيرات f
6. بين أن $f(x)-x=\dfrac{x(-x+2)}{\left(\sqrt{x+2}-1\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}$ لكل x من $]-1,+\infty[$
7. أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y=x$ على المجال $]-1,+\infty[$
8. أنشئ (C_f)

التمرين السادس

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x)=x+2-\dfrac{2x+1}{x^3}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. حدد الفروع اللانهائية ل (C_f)
3. أحسب $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة f
4. بين أن $f''(x)=\dfrac{-12(x+1)}{x^5}$ لكل $x\in D_f$ ثم ادرس تقعر (C_f)
5. أكتب معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول 1
6. أنشئ (C_f)
7. بين أن المعادلة $(E): x^4+(2-m)x^3-2x-1=0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ لكل $m\in\mathbb{R}$

التمرين السابع

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x)=\sqrt{x^2-1}-x-3$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
3. أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f)
4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 1 و على اليسار في -1.ثم أعط التأويل الهندسي للنتيجتين المحصل عليهما
5. احسب $f'(x)$ لكل x من $D_f-\{-1,1\}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
6. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2\prec\alpha\prec-\dfrac{3}{2}$
7. أنشئ المنحنى (C_f)
8. بين ان g قصور f على $]-\infty,-1]$ تقبل دالة عكسية g^{-1} على مجال J يتم تحديده
9. ضع جدول تغيرات الدالة g^{-1}
10. احسب $g^{-1}(0)$ و $\left(g^{-1}\right)'(0)$ بدلالة α
11. احسب $g^{-1}(x)$ لكل J
12. انشئ في نفس المعلم $(C_{g^{-1}})$

التمرين الثامن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x)=\left(x\sqrt{x}-1\right)^2$

1. حدد D_f ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. ادرس اتصال f على المجال $[0,+\infty[$
3. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
4. أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 ثم أول النتيجة هندسيا.
5. أحسب $f'(x)$ لكل $x\succ 0$ وضع جدول تغيرات الدالة f
6. أكتب معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=4$.
7. حدد نقطة تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل
8. أدرس تقعر المنحنى (C_f)
9. بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل في المجال $[0,1]$ حلا وحيدا α وبين أن $\sqrt{\alpha}=\dfrac{1}{1+\alpha}$
10. ليكن g قصور f على المجال $I=[0,1]$. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددا مجموعة تعريفها
11. بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق على $]0,1[$
12. أحسب $\left(g^{-1}\right)'\left(\dfrac{1}{4}\right)$
13. حدد $g^{-1}\left(\left[0,\dfrac{1}{4}\right]\right)$ ثم حدد $g^{-1}(x)$
14. أنشئ (C_f) و $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم

www.physique-maths.com

2017/2018

Pr : AZIZ HALIB