

الجزء الأول:

I- باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، بين أنه : لكل x و y من \mathbb{R} :

$$[x \neq y \text{ و } y \neq 3-x] \Rightarrow [x^2 - 3x + 5 \neq y^2 - 3y + 5]$$

ن 2

II- (1) بين أن : $(\forall y \in \mathbb{R}) : \frac{2y}{1+y^2} \leq 1$

ن 1

(2) نعتبر العبارة (P) التالية : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; (\exists y \in \mathbb{R}) : \frac{2xy}{1+y^2} > 1$

ن 1

(أ) اكتب نفي العبارة (P).

ن 1

(ب) بين أن العبارة (P) خاطئة .

III- (1) بين ، بالترجع ، أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

ن 1,5

(2) احسب المجموع : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$

ن 0,5

الجزء الثاني:

I- نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \frac{-x^2 + 2x + 7}{2}$

وليكن (C_f) و (C_g) منحنىي الدالتين f و g على التوالي في M^3 $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

ن 0,5X2

ب- انشئ ، في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، المنحنى (C_f) .

ن 1

ج- حدد ، مبيانيا ، $f([-1; 0])$ و $f([0; +\infty[)$.

ن 2X0,5

(2) أ- تحقق من أن : $f(3) = g(3)$.

ن 0,5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة g

ن 1

ج- انشئ ، في نفس المعلم أعلاه ، المنحنى (C_g) . (استعمل لون لكل منحنى)

ن 1,5

(3) حل ، مبيانيا ، المتراجحة : $2\sqrt{x+1} + x^2 - 2x - 7 < 0$

ن 1

(4) لتكن الدالة العددية h المعرفة على $[-1; +\infty[$ بما يلي : $h(x) = -\frac{1}{2}x + \sqrt{x+1} + 3$

أ- تحقق من أن : $h(x) = g \circ f(x) : \forall x \in [-1; +\infty[$

ن 0,5

ب- بين أن الدالة h تزايدية على $[-1; 0]$ و تناقصية على $[0; +\infty[$.

ن 1X2

ج- استنتج أنه : $\left[(\forall x \in [-1; +\infty[) : -\frac{1}{2}x + \sqrt{x+1} \leq 2 \right]$

ن 0,5

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{x^2 - 4x + 8}$

ن 1

(1) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 - 4x + 8 > 0$

(2) بين أن الدالة f مصغورة بالعدد $\frac{1}{2}$ على \mathbb{R} .

ن 1

(3) هل العدد $\frac{1}{2}$ قيمة دنوية للدالة f على \mathbb{R} ؟

ن 1