

(I) بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^+$  لدينا :

$$(2) \quad [x \neq 1] \Rightarrow \left[ \frac{3-x}{1+\sqrt{x}} \neq 2 - \sqrt{x} \right]$$

(0,5) (II) 1 بين أن :  $(\forall y \in \mathbb{R}^+) : y - 2\sqrt{y} + 2 > 0$

(0,75) (2) أ) اكتب نفي العبارة (P) التالية :  $(P) : [(\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}^+) : x + y \leq x\sqrt{y}]$

(0,75) ب) بين أن العبارة (P) خاطئة.

(2) (III) 1 بين ، بالترجع ، أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$

(0,5) 2 احسب المجموع :  $1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^6$  (تأخذ  $3^7 = 2187$ )

(I) لتكن  $k$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$k(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$$

(0,5) 1 بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 - x + 1 > 0$

(1) 2 - بين أن الدالة  $k$  مكبورة بالعدد 3 على  $\mathbb{R}$ .

(0,5) ب- بين أن 3 هي القيمة القصوى للدالة  $k$ .

(II) نعتبر الدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتين بما يلي :  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$

وليكن  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_g)$  منحنيا الدالتين  $f$  و  $g$  على التوالي في  $M M M (\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1+0,5) 1 أ- حدد  $D_g$  مجموعة تعريف الدالة  $g$  ثم ضع جدول تغيراتها.

(1) ب - انشئ ، في المعلم  $(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$  ، المنحنى  $(\mathcal{C}_g)$ .

(0,5×2) ج - حدد ، مبيانيا :  $g([-1; 3])$  و  $g([3; +\infty[)$ .

(1) 2 أ- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(1,5) ب- انشئ ، في نفس المعلم أعلاه ، المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  . (استعمل لون لكل منحنى)

(1) 3 حل ، في المجال  $[-1, 4]$  ، مبيانيا المتراجحة :  $\sqrt{x+1} + 4x > x^2 + 1$ .

(4) 4 لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $[-1; +\infty[$  بما يلي :  $h(x) = x - 4\sqrt{x+1} + 2$

(1) أ- حدد  $D_{f \circ g}$  مجموعة تعريف الدالة  $f \circ g$ .

(1) ب- تحقق من أن :  $(\forall x \in [-1; +\infty[) : h(x) = f \circ g(x)$ .

(2) ج- بين أن الدالة  $h$  تناقصية قطعاً على  $[-1; 3]$  و تزايدية قطعاً على  $[3; +\infty[$ .

(0,5) 5 استنتج أنه :  $(\forall x \in [-1; +\infty[) : x + 5 \geq 4\sqrt{x+1}$