

الجزء الأول : (9 نقط)

(I) بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه : لكل x و y من \mathbb{R} لدينا :

$$(1,5) \quad [xy \neq 1 \text{ و } x \neq y] \Rightarrow \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$$

$$(0,75) \quad \text{بين أن : } 2a^2 + 2b^2 \geq (a+b)^2 \quad (\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2)$$

$$(0,5) \quad \text{بين أن العبارة } \left[(\exists x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{1+x} = \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right] \text{ عبارة صحيحة.}$$

$$(1) \quad \text{(2) أ) بين أن : } \frac{2x}{1+x^2} \leq 1 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$(0,75) \quad \text{ب) اكتب نفي العبارة } (P) \text{ التالية : } \left[(\forall y \in \mathbb{R}^+) ; (\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > \sqrt{y} \right] \text{ . } (P)$$

$$(0,5) \quad \text{استنتج أن العبارة } (P) \text{ خاطئة.}$$

$$(2) \quad \text{(IV) 1) بين ، بالترجع ، أن : } 3+6+\dots+3n = \frac{3n(n+1)}{2} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$$

$$(2) \quad \text{2) بين ، بالترجع ، أن لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ العدد } 5^{2n} - 1 \text{ يقبل القسمة على } 24 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}.$$

الجزء الثاني : (11 نقط)

$$(I) \quad \text{لتكن } h \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي : } h(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x + 2}$$

$$(1) \quad \text{بين أن : } x^2 + 2x + 2 > 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$(1,5) \quad \text{2) بين أن الدالة } h \text{ مكبورة بالعدد } 2 \text{ على } \mathbb{R}.$$

$$(1) \quad \text{3) أ) بين أن : } h(x) \geq -1 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$(1) \quad \text{ب) بين أن } -1 \text{ هي القيمة الدنيا للدالة } h \text{ على } \mathbb{R}.$$

$$(II) \quad \text{نعتبر الدالتين العدديتين } f \text{ و } g \text{ المعرفتين بما يلي : } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 \text{ و } g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$\text{وليكن } (C_f) \text{ و } (C_g) \text{ منحنيا الدالتين } f \text{ و } g \text{ على التوالي في م م م } (\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j}).$$

$$(1+0,5) \quad \text{1) حدد } D_g \text{ مجموعة تعريف الدالة } g \text{ ثم ضع جدول تغيراتها.}$$

$$(1) \quad \text{2) ضع جدول تغيرات الدالة } f.$$

$$(1) \quad \text{3) أ) تحقق من أن : } f(0) = g(0) \text{ و } f(3) = g(3)$$

$$(2) \quad \text{ب) انشئ ، في المعلم } (\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j}) \text{ ، المنحنيين } (C_f) \text{ و } (C_g) \text{ . (استعمل لون لكل منحنى)}$$

$$(1) \quad \text{4) حل ، في المجال } \mathbb{R} \text{ ، مبيانيا المترابحة : } 3\sqrt{x+1} + 2x > x^2 + 3$$