

## سلسلة تمارين عموميات حول الدوال

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$$

1. أدرس تغيرات كل من  $f$  و  $g$
2. نعتبر الدالة  $h$  حيث  $h(x) = (f \circ g)(x)$
- (a) حدد  $D_h$  حيز تعريف الدالة  $h$
- (b) احسب  $h(x)$  لكل  $x$  من  $D_h$
3. أدرس تغيرات  $h$  على كل مجال من المجالات التالية :  $[2, 4[$   $]0, 2[$   $] -\infty, 0[$   $]4, +\infty[$

التمرين رقم 6

$$h(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$f(x) = \sqrt{x+3}$$

1. أدرس رتبة  $f$  و  $h$
2. أنشئ  $C_f$  و  $C_h$  في نفس المعلم
3. حدد صور المجالين  $[-3, -2]$  و  $[-2, +\infty[$  ب  $h$
4. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة ب

$$g(x) = x - 2\sqrt{x+3} + 6$$

تحقق أن  $g(x) = (h \circ f)(x)$  و ادرس رتبة  $g$

التمرين رقم 7

$$g(x) = \frac{2x}{x-1}$$

$$h(x) = x^2 - 2x$$

1. ضع جدول تغيرات كل من  $h$  و  $g$
2. بين أن  $O(0,0)$  و  $A(3,3)$  تنتميان إلى  $C_h$  و إلى  $C_g$ .
3. ارسم في نفس المعلم المنحنيين  $C_h$  و  $C_g$
4. حل مبيانيا المتراجحة  $(x-1)^2 \leq \frac{3x-1}{x-1}$
5. نضع  $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2}$
- (a) تحقق أن  $(h \circ g)(x) = f(x)$
- (b) حدد  $g([2, 3])$  و ادرس رتبة الدالة  $f$  على المجال  $[2, 3]$ .

(c) بين أن الدالة  $f$  تزايدية على المجال  $[-1, 0]$

موقع الرياضيات و الفيزياء و الكيمياء

[www.physique-maths.com](http://www.physique-maths.com)

التمرين رقم 1

نعتبر الدالة المعرفة ب

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - x}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. بين أن الدالة  $f$  مكبورة ب  $\frac{1}{2}$  على المجال  $]-\infty, 0[$

التمرين رقم 2

$$g(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 2}$$

1. بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $\frac{1}{2} \leq g(x) \leq 3$
2.  $f$  دالة حيث  $f(x) = -x^2 + 4x - 3$  بين أن 1 هي قيمة قصوى مطلقة للدالة  $f$ .

التمرين رقم 3

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

1. حدد  $D_g$  و  $D_f$  و  $D_{g \circ f}$
2. حدد تعبير  $(g \circ f)(x)$  لكل  $x$  من  $D_{g \circ f}$

التمرين رقم 4

$$g(x) = \frac{x-3}{x+3}$$

$$f(x) = \sqrt{x-3}$$

1. حدد  $D_g$  و  $D_f$
2. أعط جدول تغيرات كل من  $f$  و  $g$
3. بين أن  $D_{g \circ f} = [3, +\infty[$
4. نضع  $h = g \circ f$
- (a) أكتب  $h(x)$  لكل  $x$  من  $D_{g \circ f}$
- (b) ماهي رتبة  $h$  على  $D_{g \circ f}$
5. بين أن  $C_g$  و  $C_f$  يتقاطعان في النقطة  $A(3, 0)$
6. أنشئ  $C_g$  و  $C_f$  في نفس المعلم
7. حل مبيانيا المعادلات و المتراجحات التالية :

$$g(x) > f(x) \quad g(x) \leq f(x) \quad g(x) = f(x)$$

$$f(x) < 0 \quad f(x) \geq 0 \quad f(x) = 0 \quad g(x) = 0$$

التمرين رقم 5

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين ب :

التمرين رقم 8

نعتبر الدوال  $f$  و  $g$  و  $h$  المعرفة بمايلي :

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5} \text{ و } g(x) = \sqrt{x+4}$$

1. حدد  $D_f$  و  $D_g$  و  $D_h$
2. بين أن  $f$  مصغورة ب  $-3$
3. بين أن  $h$  مصغورة ب  $1$
4. أعط جدول تغيرات كل من  $f$  و  $g$
5. تحقق أن  $h = g \circ f$
6. أدرس رتبة  $h$  على المجالين  $]-\infty, -2]$  و  $[-2, +\infty[$

التمرين رقم 9

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة ب  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{x}$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$
2. بين أن  $f$  مكبورة ب  $2$  و مصغورة ب  $1$  على  $[2, +\infty[$

التمرين رقم 10

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة ب  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{3}{\sqrt{x}}$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$
2. بين أن  $2$  هي قيمة دنوية مطلقة للدالة  $f$

التمرين رقم 11

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية :

$f(x) = \frac{x}{x^2 + 2x + 5}$	$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{x - 2}$
$f(x) = \frac{x}{\sqrt{ x  - 1}}$	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{ x^2 - 16 }}$
$f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} - \frac{1}{x^2-4}$	$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{1 - 2x}}$
$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$	$f(x) = \sqrt{\frac{x-6}{ 1-x }}$
$f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x}}$	$f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x}$

التمرين رقم 12

نعتبر الدوال  $f$  و  $g$  المعرفة بمايلي :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 \text{ و } g(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

1. أدرس تغيرات كل من  $f$  و  $g$

2. بين أن الدالة  $f$  مكبورة بالعدد  $1$

3. هل  $1$  قيمة قصوى للدالة  $f$  علل جوابك

4. تحقق من أن النقطتين  $A(0, -1)$  و  $B\left(1, \frac{1}{2}\right)$  تنتميان

إلى كل من  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .

5. أنشئ  $(C_f)$  و  $(C_g)$  في نفس المعلم المتعامد الممنظم

6. حدد مبيانيا صورة كل مجال من المجالات التالية :

$$]-\infty, 0[ \quad ]0, 2[ \quad ]2, 4[ \quad ]4, +\infty[$$

7 - لتكن  $h$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

بمايلي :

$$h(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{x^2 - 4x}$$

(a) حدد مجموعة تعريف الدالة  $h$

(b) تحقق أن  $(\forall x \in D_h), h(x) = g \circ f(x)$

(c) أدرس تغيرات الدالة  $h$  على كل من المجالات

التالية :  $]-\infty, 0[ \quad ]0, 2[ \quad ]2, 4[ \quad ]4, +\infty[$

(d) ضع جدول تغيرات الدالة  $h$  ثم حدد مطارفا

التمرين رقم 13

لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بمايلي :

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x^2 + 1}$$

1. بين أن الدالة  $f$  مصغورة بالعدد  $1$ . هل  $1$  قيمة دنيا للدالة  $f$  ؟
2. بين أن الدالة  $f$  مكبورة بالعدد  $2$ . هل  $2$  قيمة قصوى للدالة  $f$  ؟
3. ليكن  $a$  و  $b$  عددين مختلفين.

$$(a) \text{ بين أن } \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{a + b}{(a^2 + 1)(b^2 + 1)}$$

(b) استنتج تغيرات الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]-\infty, 0[$  و  $[0, +\infty[$

4. نعتبر الدالة  $g$  حيث  $g(x) = \sqrt{x-1}$  أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

5.  $h$  دالة حيث  $h(x) = g \circ f(x)$

(a) حدد  $D_h$  و أدرس تغيراتها على  $D_h$

(b) استنتج القيمة الدنيا المطلقة للدالة  $h$

الأستاذ حاليب جمال و حاليب عزيز