CHAPITRE I **CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL**

I LES ENSEMBLES DE NOMBRES.

1. N, l'ensemble des entiers naturels.

Rappel de notations : N={0 ; 1 ; 2 ; ... ; n ; ...}, N*=N\{0} (N privé de 0).

Remarque : La soustraction et la division ne sont pas toujours possibles dans N, en effet :

- ✓ Si a $\in$ N et b $\in$ N alors (a-b) $\in$ N seulement si a $\geq$ b.
- ✓ Si a $\in$ N et b $\in$ N* alors $\frac{a}{b}$ $\in$ N seulement si a est un multiple de b.

Exemples :

- ✓ 8-5=3, 3 $\in$ N et on a bien 8 $\geq$ 5.
- ✓ 5-8=-3, -3 $\notin$ N et 5 $\leq$ 8.
- ✓ $\frac{12}{3} = 4$, 4 $\in$ N possible car 12=4 $\times$ 3.
- ✓ On ne peut diviser 2 par 5 dans N car $\frac{2}{5}$ $\notin$ N.

2. Z, l'ensemble des entiers relatifs.

Rappel de notations : Z={... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... } ; Z*=Z\{0} (Z privé de 0) ;
Z^+=N={0 ; 1 ; 2 ; ... ; n ; ...} ; Z^-={... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0}= « l'ensemble des entiers négatifs ».

Propriété :

Tout élément x de Z admet dans Z un opposé noté –x (par exemple 2 a pour opposé –2 ; -5 a pour opposé 5). Cette propriété distingue Z de N, elle a pour conséquence que la soustraction de deux entiers relatifs x et y est toujours possible dans Z.

Remarque : La division d'un entier relatif a par un entier relatif non nul b n'est possible dans Z que si a est un multiple de b.

3. Q, l'ensemble des rationnels.

> Définition : On appelle **nombre rationnel** tout nombre que l'on peut écrire sous la forme $\frac{p}{q}$, p étant un nombre entier et q un nombre entier non nul.

Ainsi $\frac{8}{3}$ et $-\frac{4}{5}$ sont des nombres rationnels, mais aussi tous les décimaux et tous les nombres entiers, en effet 1,31= $\frac{131}{100}$, -2= $\frac{-2}{1}$, 25= $\frac{25}{1}$.

Notation : Q désigne l'ensemble des nombres rationnels.

Remarque : Un nombre rationnel peut s'écrire d'une infinité de façons sous forme de quotients d'entiers (exemple : $-\frac{3}{5} = \frac{3}{-5} = \frac{-6}{10} = ... = \frac{-3k}{5k}$, $k \in Z^*$).

Propriétés :

i. Tout nombre rationnel non nul a admet un inverse noté $\frac{1}{a}$.

ii. Quels que soient a $\in$ Q et b $\in$ Q*, $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.

iii. Calculs sous forme de quotients :

Dans le tableau suivant, a et c sont des nombres rationnels quelconques, b et d des nombres rationnels non nuls.

$$a = \frac{a}{1}$$
$$-\frac{1}{b} = \frac{1}{-b} = \frac{-1}{b}$$
$$\frac{0}{b} = 0$$
$$\frac{b}{b} = 1$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$
$$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$$
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}, \text{ avec } a \neq 0$$
$$\frac{a}{b} = 0 \text{ si et seulement si } a = 0$$
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si et seulement si } ad - bc = 0$$

4. <u>R, l'ensemble des réels.</u>

<u>Définition :</u> On appelle **nombre irrationnel** tout nombre que l'on ne peut pas écrire sous la forme $\frac{p}{q}$, p étant un nombre entier et q un nombre entier non nul.